IHS

QUÆSTIONES GEOMETRICÆ,

in

EUCLIDIS & P. RAMI ΣΤΟΙΧΕΙΩΣΙΝ;

In usum Scholæ Mathematicæ collectæ,

á

Doctore PETRO RYFF, Basil. Mathematum Professore.

Quibus

GEODÆSIAM adjecimus

per usum RADII *Geometrici.*

Coll. Rom. Caval. B. Soc. Iesu Inscript. S.

FRANCOFURTI,
Apud Andr. Wecheli heredes, Claud. Marnium, & Ioannem Aubrium.
M. DC.

Ad Clarissimum Virum,

D. PETRUM RYFF,

PRÆCEPTOREM OLIM SUUM MERITISSIMUM,

de Epitome Geometriæ ab ipso edita, Epigramma.

Haud facilis via virtutis, præclaráve rerum
Pulcrarum cuivis obvia notitia:
Sed labor & studium est scandenti culmen honoris,
Vt virtute suâ mox comitatus eat.
Plus itaque anteeunt aliis, non qui optima nôrunt
Ipsi; verùm alios illa docere student:
Vt, quos forté queat radix virtutis amara
Abstrahere á cœptis, aut vaga cognitio;
Doctores aptos nacti, quorumq́ sequuti
Vestigia, haud cupiant sæpe referre pedem.
Ergo operæ magnum precium, Clarissime RYFFI,
Præstas, discipulis semper adesse studens.
Ingenuos homines Mathesis decet: hæcce requirit
Ingenium, promtum quod sit & assiduum.
Hanc magno studio tradis, multumq́ laboras,
Ne obscurus fias, dum brevis esse cupis.
Testatur præsens hic, qui brevitate libellus
Emicat; ast artis commoda multa vehit.
Perge ita: discipulis, Vir præstantissime, perge,
Prosis: hinc laudis præmia magna cape.

M. LUDOVICUS LUCIUS Basil.

ANDREAE RYFF, SENATORI, ECCLESIARVM SCHOLARUMQUE REIPUB. BASILIENSIS *Triumviro vigilantißimo, agnato suo colendo S.*

ECCLESIÆ, Scholę totiusq; Reipub. nostræ, majores nostros studiosissimos fuisse, in eaque administranda & adaugenda singulari virtute, dexteritate, seueritate, constantiaq; vsos esse litterarum docere monumenta arbitror. Tu etiam quem Omnipotens ille eandem rempub. nostram in partibus sibi concreditis gubernare voluit, quod officio tuo nullo modo desis, sed eidem pari diligentia, dexteritate & constantia invigiles, omnibus patere autumo. Verũ ne & me in munere, quo in schola Academiaq; nostra fungor, desidem esse existimes;

En ex pulvere meo ſcholaſtico Epitomen hancce, quam in uſum mathematum initiatorum priuatim collegi,& nũc publicam facere perſuaſus ſum, tibi offero; ſperoque hilari non modo vultu te accepturum,ſed & probaturum, meiq; ut hactenus, ita & in poſterum quoq; ſtudioſiſſimum futurum. Vale. Baſileæ Calend.Mart.Anno ſalutis humanæ milleſimo & ſexcenteſimo.

Tui ſtudioſiſſ.

PETRUS RYFF.

GEOMETRIÆ ΔΙΑΤΥ-ΠΩΣΙΣ.

- Cap. I. Geometria *distribuitur, in duas partes: quarum prior tradit*
  - Data, *τὰ διδόμενα: subjecta Vid.* Magnitudinis, *hujusq́; specierū definitiones; tum*
    - Cap. II. Lineæ. *Quæ est vel*
      - Recta.
      - Curva *seu* obliqua:
        - Simplex.
        - Varia.
    - Cap. III. Lineamenti: *ut est*
      - Angulus:
        - Homogene⁹:
          - Rectus.
          - Obliquus:
            - Acutus.
            - Obtusus.
        - Heterogeneus.
      - Figura. *Vide* A.
  - Quæsita, *τὰ ζητούμενα: datarum Magnitudinum adjuncta sive habitudines. Vide pag.14.*

- A. CAP. IV. Figuræ *species sunt:*
  - Superficies: vel
    - Plana:
      - Rectilinea:
        - Triãgulum:
          - Angulorũ vel
            - *Rectorum.*
            - *Obliquorum:*
              - *Acutorum.*
              - *Obtusorum.*
          - Laterũ: *tum*
            - *Æqualium.* Isopleuron.
            - *Inæqualium:*
              - Isosceles.
              - Scalenũ.
        - CAP. V. Triangu-Latum:
          - Quadrãgulum:
            - Parallelogrammum:
              - *Rectãgulum:*
                - Quedratũ.
                - Oblõgum.
              - *Obliquangulũ:*
                - Rhõbus.
                - Rhõboides.
            - Trapezium.
          - Mul angulum.
      - CAP. VI. Curvilinea:
        - *Simplex.* Circulus.
        - *Mista:*
          - *Unius termini.*
          - *Multorum terminorum.*
    - CAP VII. Gibba:
      - Sphærica.
      - Varia:
        - Conica.
        - *Cylindracea.*
  - Corpus. B.

- B. CAP. IIX. Corpus est vel
  - Planum:
    - Pyramis:
      - *Æquitermina.* Tetraedrum.
      - *Inæquitermina.*
    - Pyramidatum:
      - Prisma:
        - Pentaedrum.
        - Pentaedratum C.
      - Polyedrū mistum:
        - Ordinatum: *basi vel*
          - *Triangulari:*
            - Octoedrum.
            - Icosaedrum.
          - *Quinquangulari:* Dodecaedrum.
        - Inordinatum.
  - CAP. IX. Gibbum:
    - Sphæricum.
    - Varium:
      - Conus.
      - Cylindrus.

- C. Pentaedratum:
  - Hexaedrum.
    - Parallelipedum:
      - *Rectangulum:*
        - *Isoedrum.* Cubus.
        - Oblongum.
      - *Obliquangulum.*
        - Rhombus.
        - Rhomboides.
    - Trapezium.
  - Polyedrum.

Quæ-

QUÆSTIONUM GEOMETRICARUM PARS PRIOR:

De Magnitudine, ejúsque ſpeciebus.

CAPUT I.

De Geometriæ definitione ac diſtributione.

Quid eſt Geometria?

GEOMETRIA *eſt ſcientia (ſive, ars) bene metiendi.* Mathemata communiter verſari dicuntur circa proprias Quantitatis affectiones. Ea autem duplex eſſe traditur: Diſcreta ſcilicet & continua. Illa Multitudinem datam numerans, Arithmeticam: hæc veró, é natura continui, Magnitudinem menſurans, Geometriá conſtituit, ſpeciem Mathematicarum veram ac legitimam alteram. Ad Geometriam porrhó quod attinet, definitum hoc ſignificato quidem anguſtius eſt ipſa definitione: huic tamen doctrinæ, ut & aliis quandoque, nomen impoſitum ab effectibus prioribus, communioribus vel præſtantioribus. Ars ſiquidem μετρικὴ in dimenſione Terrę Ægyptiis, ut hodie, communiſſima erat olim: quam Pantometriam ſeu Holometriam nunc, niſi Majorum placita ſervare æquum foret, appellare liceret. Sive deinceps Scientiam, ob Theorematum certitudinem, cum Ariſtotele; ſive Artem, ob pręceptorum ſyſtema, cum Luciano voces, defendere te poteris facilé.

Quid vocas Bene-metiri ſeu menſurare?

Bene-metiri (μετρεῖν) *eſt, rei cujusq; menſurabilis naturam, vim, proprietates, habitudines, uſusq; interpretari & exercere.*

Verbum Menſurare, duplicis eſt ſignificationis. Primó, actionem ſignificat mentis, abſtractam, & veré mathematicam, qua purâ & logicâ mentis cogitatione rei menſurabilis naturâ, affectiones & menſuram contemplando inquirimus, demonſtramus, atque interpretamur, eámque certis ſchematibus juvamus & ſuffulcimus. Secundó, Menſurare eſt etiam, quando ſecundúm jam-dictum μετρήσεως modum, rei menſurabilis concretę longitudo, latitudo, ſive craſſities adhibitâ notâ & certâ aliquâ menſurâ explicatur. Primum illud menſurādi genus, quod circa τὰ νοητὰ verſatur, eſt purius, ſimplicius, & magis mathematicum: ideóque prius & præſtantius; vt quod generalia (quæ naturæ ordine ſunt priora) tradens, ex ſe certitudinem habet, ipſámque theoriam comprehendit. Alterum veró, quod τὰ αἰσθητὰ, certæ materiæ conjuncta, tractat, eſt craſſius & ſenſibus objectum: & quanquam popularius, tamen poſterius & minús-præſtans, certitudinem ſuam à priore mutuatur, illiusq́ue praxin & vſum monſtrat. Per menſurationem itaque hîc nō tam externa, quam interna & logica mentis actio, in metiendo occupata, intelligitur: ne quis Geometriam, Mechanicam potiús artem, quàm Mathematicā artem; ſed ex earum numero eſſe intelligat, quæ res propoſitas ad menſurandū abſq; phyſicis accidentibus (ut eſt motus, gravitas, durities, &c.) conſideret; quam tamen artifices, eâ inſtructi, ad rerum ſenſibilium conſiderationem traducant, ejúsque uſum demonſtrent: ut Geodætes, Geographus, Aſtronomus, Opticus, Mechanicus, Architectus, & omnes alii artis hujus diſcipuli. Atque hoc ſenſu accepta definitio plana eſt reciproca.

Atqui veró, quænam ſunt illæ res, quæ ita menſurandæ proponuntur?

Magnitudines. Eſt autem Magnitudo, quantitas continua: cujus nempe partes communi aliquo termino cohærent, ſeu continentur. 13. def. 1. lib. Eucl. Itaque

Magnitudo proprium & adæquatum exſiſtit Geometriæ ſubjectum.

Ecquis ergo eſt communis ſeu primus ille cohærentis magnitudinis terminus?

Punctum. Signum ſcilicet in magnitudine indiuiduum. 1. d. 1. l. Eucl.

Punctum igitur principium eſt γενέσεως & ἀναλύσεως magnitudinis geometricæ; quemadmodum Unitas principium numeri. Et ſicut Unitas,

Unitas, numeri quidem principium, numerus veró dici non poteſt: ita etiam Punctum, magnitudinis primus terminus ſive principium, magnitudo tamen proinde non eſt.

Quomodo diſtribuis Geometriam?

Geometria (commoda appellatione geometrica) in Data & Quæſita, τὰ διδόμενα, & τὰ ζητούμενα, diſtribui poteſt. Hoc eſt, in Magnitudinis ejúſque ſpecierum definitiones, & affectionum ſeu proprietatum explicationes.

Siquidem ad Geometriæ definitionem, in qua quæſiti hujus ſymbola deliteſcunt, reſpiciamus, duo præcipué in tota Geometria occurrent conſideranda. Primum eſt ſubjectum ipſum, Magnitudo nimirum menſuranda, ejusq; ſpecies definitionibus explicandæ. Alterum, cognitarum jam magnitudinum, tanquam ſubjecti dati, adjuncta ſeu quæſita; uti ſunt variæ illarum affectiones, proprietates, & habitudines: quas metiri & explicare docet. Quod etiam Euclidē in tota ſua στοιχειώσει obſervâſſe videmus. Nos tamen, quod multoties ac diviſim ſingulis libris præſtitit Euclides, ſemel ac ſimul effectum dabimus: ſiquidem ſapientiæ præceptum ſequentes, totius ſubjectæ magnitudinis ideâ initió objectâ, faciliores aptioresque hujus artis ſtudioſos ſic nos reddituros omnino ſperamus. Interim tamen Geometriæ illam diviſionem, quâ ſecundum triplicem, pro rei propoſitæ natura, menſurandi modum, in Euthymetriam, Planimetriā, & Stereometriam diſtribuitur, é Scholis minimé exſtirpamus; verúm ſuis ordine convenienti capitibus inſerimus.

CAPUT II.

De Euthymetria datis. Ac primó, De Lineis.

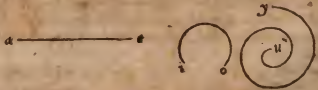
Quas igitur Magnitudinis ſpecies conſtituis?

Magnitudo eſt vel Linea, vel Lineamentum: γραμμὴ, ἢ γράμμικόν. Sunt partes ſeu ſpecies iſtę, generi quidem conſentaneę; inter ſe autem diſſentaneæ: Lineæ ſiquidem Lineamentorum, ut effectorum, cauſæ exſiſtunt.

Quomodo definis Lineam?

Linea (γραμμὴ) eſt magnitudo tantummodó longa. Ejúſque termini ſunt duo puncta, lineæ extremitates terminantia. Eucl. 2. d. 1. I. Ram. el. 2. & 3. lib. 2.

Tales creantur proprié motu geometrico, non physico: ut dum longitudines itinerum mente concipiuntur, &c. Et harum Geometriam communiter Euthymetriam & Altimetriã nominârunt Scholastici.



Ut considerantur Lineæ?

Duobus modis. Primùm simpliciter & per se: deinde etiam comparatè inter se.

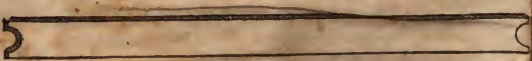
Ac simpliciter considerata linea, sunt vel Recta, vel Obliqua.

Recta linea est, quæ intra suos terminos æqualiter interjacet: ut



Obliqua contrà, quæ inæqualiter. E.4.d.1.R.5.el.2.

Ducendæ in plano Rectæ lineæ instrumentum geometricum, est Amussis sive Regula: quale hîc vides:



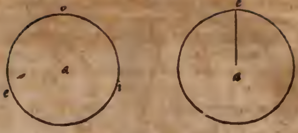
Rectæ & obliquæ lineæ quas admittunt distinctiones?

Rectâ lineâ datâ, intra eosdem terminos rectior dari non potest: unica proinde est & singularis. Obliquæ autem, cum inæqualiter suos intra terminos interjaceant, variant; ita ut vel simpliciter-obliquæ, vel variæ sint.

Et simplex, seu simpliciter-obliqua, quæ motu videlicet uniformi ac simplici terminatur, Peripheria vocatur: estq; linea obliqua, æqualiter distans á medio comprehensi spatii. R.8.e.2.

Terminatur Peripheria, conversione lineæ rectæ, altero termino quiescente, altero lineante: ut hîc,

Circinus



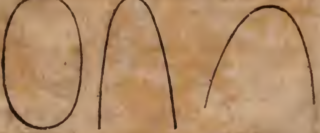
Circinus itaque inſtrumentum erit deſcribendæ Peripheriæ: E.g.



Quas igitur Varias obliquas dicis?

Variæ obliquæ lineæ (Helices) dicuntur, quæ motu vario terminãtur, & inæqualiter proinde diſtant à medio comprehenſi ſpatii. Vt ſunt lineæ ſpirales, conchales, ovales, lenticulares, circuli item helici, &c.

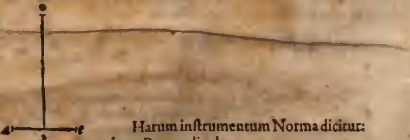




Lineæ porrhò inter ſe comparatæ quomodo ſunt affectæ?

Sunt, vel Perpendiculares, vel Parallelæ: aut contrà.

Perpendiculares inter ſe ſunt duæ rectæ, quarum altera in alteram incidens æqualiter interjacet comprehenſo ſpatio, nec quòquam inclinat. Et tales Inter-ſe rectæ quoq; dicuntur. E.10.d.1.R.10.e.2.



Harum inſtrumentum Norma dicitur: item Perpendiculum.



Paral-





Parallelæ autem quænam ſunt?

Lineæ parallelæ ſunt, quæ ubique æqualiter inter ſe diſtant. E.35.d.1. R.11.e.2.



Caput III.

De Lineamentis. Et primò, De Angulis.

Lineamentum quid est?

L*ineamentum (γραμμικὸν) est magnitudo plús quám longa, é lineis constans.*

Lineæ itaque sunt termini proximi Lineamentorum: uti duo puncta linearum.

Quomodo distribuuntur Lineamenta?

In Angulos & Figuras.

Angulus quid?

Angulus est lineamentum, in communi concursu terminorum indirectorum.

Et termini comprehendentes angulum, dicuntur Crura anguli. ut hîc:



Indirectim igitur terminos concurrere necesse est, ut ἔγκλισις sive angulatio fieri possit. Recta etenim cum recta continué concurrens, non angulum, sed lineam in continuum productam longiorem duntaxat, efficiet.

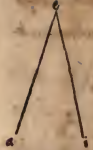
Quottuplex veró est Angulus?

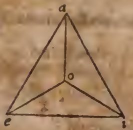
Duplex: vel homogeneus, vel heterogeneus.

Homogeneus quínam?

Qui ex ejusdem generis cruribus constat; sive duobus rectis, sive obliquis. Ut,

Hete-







Heterogeneus contrà est angulus, qui mixtis constat cruribus; rectis videlicet & curvis simul. Ut,



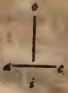
Angulum homogeneum quomodo subdividis?

In Rectum & Obliquum.

Quem dicis Rectum?

Rectum angulum voco, cujus crura inter se sunt recta, sive perpendicularia. E.10.d.1.R.8.el.3.

Ut Anguli a i o, & e i o.



Et hi anguli omnes inter se sunt æquales. Ut enim lineâ rectâ; sic

& angulo recto, rectiorem dare non potes. E. 10. ax. 1. lib. & 13. prop. 1. lib.

Atque Norma est instrumentum, lineæ rectæ super rectam in eodem plano recte erigendæ.

Obliquum angulum quémnam?

Cujus crura inter se non sunt ad perpendiculum erecta.

Et Obliquus iste quot generum?

Acutus alius, alius veró Obtusus.

Acutus quis?

Angulus obliquus, recto minor. E. 12. d. 1. R. 11. e. 3.

Ut, Angulus *a e i.*



Obtusus?

Obliquus angulus, recto major. E. 11. d. 1. R. 10. e. 3.

Ut hic, angulus *a e i.*



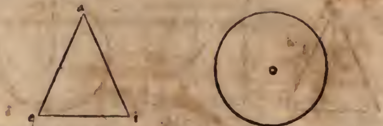
Caput IV.

De Planimetria datis: Figuris superficiariis. Et primó, De Triangulis.

Alteram Lineamenti speciem statuisti Figuram: hæc autem quid est?

F*igura est lineamentum undique terminatum. Περιεχόμενον dictum.* E. 14.

E.14. d.1. R.1. c.4.



Figurarum termini, partes sunt, figuram constituentes sive mensurantes: nempe,

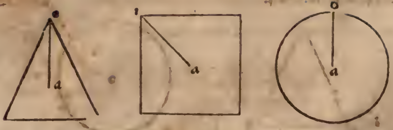
1. Centrum, punctum in figura medium. Ut hîc *a,e,i.*



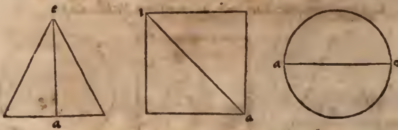
2. Perimeter: est comprehensio figuræ. Ut, *e o i.*



3. Radius: est recta á centro ad perimetrum. Ut, *ae, ai, ao.*

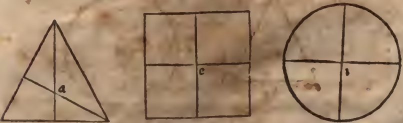


4. Diameter; est recta inscripta figuræ per centrum: Ut, *a e*, *a i*, *a o*.



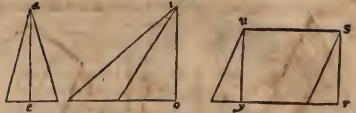
Itaque

Diametri in eadem figura possunt esse infinitæ. Et
Centrum figuræ semper est in diametro: &
In concursu diametrorum. Ut, *a*, *e*, *i*.



5. Altitudo: perpendicularis à vertice figuræ in ejusdem basin. Ut, *a e*, *i o*, *u y*, *s r*.

De his



De his E.4.d.6.R.2.3.4.5.6.e.4.

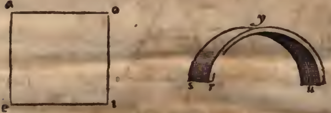
Genera figurarum quot sunt?

Duo: Superficies nempe, & Corpus.

Superficies quid?

Superficies est figura tantummodò lata.

Huius termini sunt Lineæ. E.5.& 6.d.1.R.2.& 3.e.5. Ut hîc:



Quottuplex?

Superficies est vel plana, vel gibba.

Et Plana superficies est, quæ æqualiter intra suos terminos interjacet. E.7.d.1.R.5.e.5.

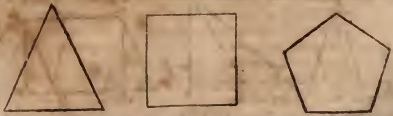
Ut in posita figura *a e i o* vides.

Quam admittunt distinctionem Planæ superficies?

Illarum aliæ sunt rectilineæ, aliæ curvilineæ.

Rectilinea quæ dicitur?

Rectilinea superficies plana est, quæ rectis comprehenditur lineis. E.20.d.1.R.3.e.6.



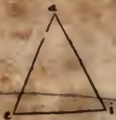
Quas species statuis Rectilineorum planorum?

Triangulum, & Triangulatum.

Quid Triangulum?

Est, quod comprehenditur à tribus lineis rectis. E.21.d.1.R.6.e.6.

Ut hîc *a e i.*



Itaque

Si termini duarum rectarum, angulum comprehendentium, rectâ quâdam connectantur, constituetur Triangulum.

Ut distribuuntur Triangula?

Duobus modis: aut respectu Laterum, aut Angulorum.

Laterum respectu quomodo?

In Isopleuron, Isosceles, & Scalenum.

Isopleuron, sive æquicrurum, est quod tribus constat lateribus inter se æqualibus. E.24.d.1.

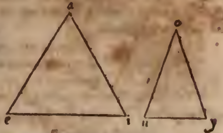
Ut hîc in Triangulo *a e i*, latus quodlibet æquatur alteri, τῇ ϑέσει.



Isosce-

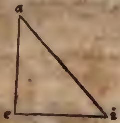
Isosceles, quod duo duntaxat habet aequalia latera. E.25.d.1.

Ut in Triangulis *a e i*, & *o u y*, latera *a e* & *a i*, item *o u* & *o y*, aequalia sunt: ad quae latus *e i*, vel *u y*, minus deprehenditur.



Scalenum deniq;, cujus tria latera sunt inaequalia. E.26.d.1.

Ut hîc, *a i* majus est utrolibet reliquorum duorum; *e i* majus quam *a e*, minus *a i*; *a e* veró utroque reliquorum minus.



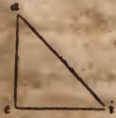
Nunc etiam, uti Angulorum ratione distribuatur Triangulum, dicito?

In Rectangulum, & Obliquangulum.

Rectangulum quod vocas?

Triangulum rectangulum est, quod unum comprehendit angulum rectum. Orthogonium quoq; dicitur. E.27.d.1.R.2.c.8.

Ut in Triangulo *a e i*, angulus *e* est rectus; à quo, ut à praestantiori, Triangulum nomen habet rectangulum.



Notandum hîc ex sententia Regiomont. In omni quidem trian-

gulo, si latus unum feceris basin, reliqua esse crura: peculiariter tamē in orthogonio, latus angulo recto subtensum, Hypotenusam vocari; é reliquis alterum, quod in imo jacet, Basin; alterum Cathetum seu perpendicularem.

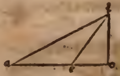
Obliquangulum quod?

Quod angulos habet obliquos omnes.

Estq́, vel obtusangulum, vel acutangulum.

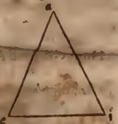
Obtusangulum triangulum est, quod obtusum unum seu majorem recto angulum continet. Amblygonium. E.28.d.1.R.7.e.8.

Ut hic, angulus *e*.



Acutangulum (oxygonium) quod omnes angulos habet acutos; minores scilicet rectis. E.29.d.1.R.8.e.8.

Ut in triangulo isto *aei*, omnes anguli sunt minores recto & acuti: neutrum siquidem latus in alterum incidit perpendiculariter, ut rectum angulum efficere posset.



Caput V.
De Triangulatis.

Quid vocas Triangulatum?

Quod ex triangulis est compositum, & in eadem resolvi potest. R.1.e.10.

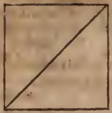
Et quot generum est?

Duûm: aut Quadrangulum, aut Multangulum.

Quadrangulum quod?

Quadrangulum est, quod terminatur quatuor lineis rectis. E.22. d.1. R.4.e.10.

Quottu-



Quottuplex?

Duplex: vel Parallelogrammum, vel Trapezium.

Parallelogrammum?

Est, cujus latera opposita sunt parallela; æqualem inter se distantiam ubiq; habentia. R.6.e.10.

Ac vel Rectangulum, vel Obliquangulum.

Rectangulum parallelogrammum est, cujus anguli omnes sunt recti. R.2.e.11.



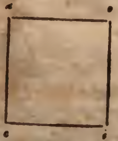
Ut hic, Quadranguli latera *a e*, & *o i*; *a o* item & *e i*, sunt primùm parallela. Latus porrhò *a e* & *o i*, rectè insistit [illegible] *e i*; & consequenter *a o* rectum est ad *o i*. Omnes proin anguli his rectis lateribus effecti, exsistunt recti.

Quàm varium est Parallelogrammum Rectangulum?

Quadratum, & Oblongum.

Quid est Quadratum?

Parallelogrammum rectangulum, & æquilaterum. E.30.d.1. R.2.e.12.



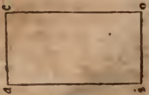
Ut hic, latera *a e* & *e i* æqualia, æqualibus & perpendicularibus connexa vides.

D

At quid Oblongum?

Parallelogrammum rectangulum inæquilaterum. E.31.d.1. R.1.e.13.

Ut hic latera *a e* & *i o*, parallela & æqualia; longé minora vides lateribus *a i* & *e o*.



Perge nunc: dic quid sint Parallelogramma Obliquangula?

Quorum anguli sunt obliqui.

Eadem quoque distribue?

Aut Rhombus, aut Rhomboides.

Sed Rhombus quid?

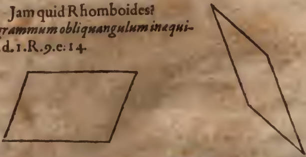
Rhombus est parallelogrammum obliquangulum, & æquilaterum. E.32.d.1.R.8.e.14.

Quales hîc vides.



Jam quid Rhomboides?

Parallelogrammum obliquangulum inæquilaterum. E.33.d.1.R.9.e.14.



Notandum hic venit aliquid, de partibus Parallelogrammi, quæ sæpe in geometricis usurpantur, ideoque definiendæ sunt.

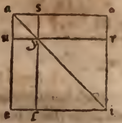
Omne itaque Parallelogrammum, constat é binis & diagonalibus, & complementis, & gnomonibus. R.7.e.10.

Diagona-

Diagonale dicitur particulare parallelogrammum, communis anguli & diagonii cum toto parallelogrammo. R.8.e.10.

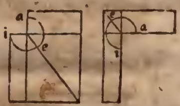
Complementum veró, est particulare parallelogrammum, à conterminis diagonalium lateribus comprehensum. R.10.e.10.

Ut hic, in toto Parallelogrammo *a e i o*, Diagonalia sunt, *a u y s*, & *y l i r*: Complementa autem, *s o r y*, & *u e l y*.



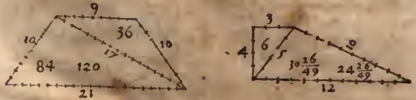
Gnomo deniq; est alterum diagonale, cum duobus complementis. R.12.e.10.

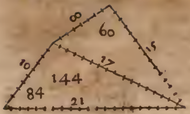
Ut hic, Gnomo est, *e* cum *a* & *i*.

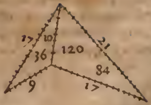


Quid fuerint Trapezia?

Trapezia sunt quadrangula, non-parallelogramma. E.34.d.1. R.10.e.14.



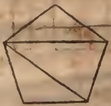




Atqui tandem Multangula quæ sunt?

Multangula triangulata sunt, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis comprehenduntur. E.23.d.1. R.11.e.14.

Hujusmodi sunt deinceps cuncta reliqua figurarum rectilinearũ genera: ut, Quinquangulum, Sexangulum, &c. pro numero angulorum nomen sortientia. Quæ omnia é suis triangulis, é quibus constant, mensuram capiunt; uti hic vides:









CAPUT VI.

De Figuris Planis curvilineis.

Rectilinearum figurarum species ordine percepi: quæ porrhò nunc sequentur figuræ?

INgeniosè concludere licet, quòd, si figuræ rectilineæ angulis ampliùs discerni nequeant, in curvum seu obliquum transeant: ac proin figuræ, quæ lineis obliquis constant, appellari queunt.

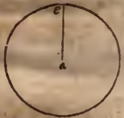
Súntne tales uniusmodi?

Sunt vel simplices, vel Mistæ.

Simplex quæ?

Simplex unica est & singularis, Circulus: figura plana & rotunda, æqualiter distans á medio comprehensi spatii sive centro, á quo omnes lineæ ad peripheriam eductæ inter se æquantur. E.15.d.1. R.1.e.15.

Ut hic, linea *a e*, ex centro *a* circumducta, constituit hunc circulum.

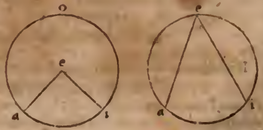


Circulorum termini, partes eorundem mensurantes, sunt: Peripheriarum segmenta, sectores videlicet & sectiones; lineæ item adscriptæ tangentes, secantes; radii, diametri & adiametri.

Segmentum circuli est, quod comprehenditur á peripheria & recta linea. R.1.e.16.

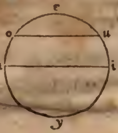
Sector, est segmentum, intus comprehensum á recta linea duplici, faciente angulum, vel in centro, vel in peripheria. E.8.& 9.d.3. R.3.& 4.& 16.

Ut hic, prior angulus *aei*, in centro; posterior, angulus sectoris in peripheria vocatur.



Sectio, est segmentum circuli, intus comprehensum ab una recta: quæ basis sectionis dicitur. R.7.e.16.

Estque aut semicirculus, aut Inæqualis semicirculo. R.16.e.16.



Ut hic: *aei* est semicirculus. Reliquæ sectiones, *oyu* & *oeu*, inæquales: illa quidem major; hæc minor semicirculo.



Lineæ asscriptæ: Tangentes, ut *uey*. Secantes & inscriptæ: Diameter, ut *ae*; adiametri, ut *eo*, & *ei*.

Quæ jam Mistæ Obliquilineæ figuræ dicuntur?

Quæ inæqualiter distant á medio comprehensi spatii. Ut sunt figuræ ovales, lenticulares & terminatæ lineis obliquis mistis, de quibus supr.cap.2.E.18.19.d.1.& 5.6.7.8.9.d.3.

CAPUT VII.

De Superficiebus Gibbis.

Adhuc superficies Planæ fuerunt: sequuntur Gibbæ.

Quid sunt?

Gibbæ superficies sunt, quæ inæqualiter intra suos terminos interjacent. R.1.e.21.



Quottuplices sunt illæ?

Duûm maximè generum: Sphærica, & Varia.

Sphærica superficies quid?

Sphærica superficies est, quæ undiq; distat æqualiter à centro comprehensi spatii. R.3.e.21.

Ut quæ fit cõversione semiperipheriæ circa diametrũ manentem. E.14.d.11.





At Varia?

Varia superficies dicitur, cujus basis est peripheria; latus, recta à termino verticis in terminum basis tendens. R.7.e.21.

Quæ

Quæ veró tales?

Conica, & Cylindracea.

Quid Conica?

Quæ á subjecta peripheria æqualiter fastigiatur ad verticem. R.9. e.21.

Ut quæ fit conuersione lineæ rectæ, quiescente altero termino.



Sed quæ Cylindracea?

Quæ á subjecta peripheria ad sublimem æqualem & æquidistantem peripheriam æqualiter erigitur. R.11.e.21.

Ut quæ fit converſione lateris circa duas peripherias æquales & æquidiſtantes.



Caput VIII.

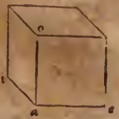
De Stereometria διδομένοις.

Euthymetriâ & Planimetriâ in lineis atque ſuperficiebus deſcriptâ; nunc ad Stereometriam progredere, ac quid Corpus ſit, defini?

Corpus (στερεὸν) eſt magnitudo ſolida, longa, lata & profunda. E.1.d. 11. R.1.e.22.

Ut

Ut hîc, in Corpore *a e i o*, longitudo est *a e*, latitudo *a i*, altitudo *a o*.



Atque ut puncta lineam, superficiem lineæ; ita nunc superficies corpora terminant. E.2.d.11.R.2.e.22.

Diameter porrhó solidi corporis Axis dicitur, circa quem illud convertitur: Axisque termini sunt Poli, puncta axim terminantia. E.15.19.22.d.11.R.3.e.22.



Ut hîc, linea *a e* Axis est: Poli autem, puncta *a* & *e*. Sic & in reliquis corporibus ordinatis.

Et quottuplicia é superficiebus sunt solida?

Plana, & Gibba.

Defini Planum corpus?

Est, quod comprehenditur á superficiebus planis: quæ hîc ἕδραι dicuntur. E.4.5.6.7.d.11. R.9.e.22.

Hujusmodi autem quæ?

Pyramis, & Pyramidatum.

Pyramis quid?

Solidum planum, á basi rectilinea ad verticem usq; æqualibus triangulis fastigiatum. E.12.d.11. R.13.e.22.

Ut hîc é triangula basi *e o i*, eriguntur triangula *a e o*, *a o i*, & *e a i*.









Quottuplex?

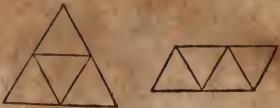
Vel æquitermina, vel inæquitermina.

Quæ Pyramis æquitermina dicitur?

Quæ à quatuor trigonis iſopleuris comprehenditur. Inde Tetraëdrum ordinatum vocatur. E.26.d.11. R.14.e.22.

Quale hic cernis: Compoſitum videlicet è quatuor triangulis iſopleuris ſolidorum angulorum.

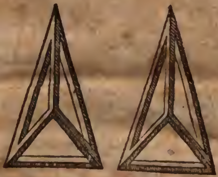




Inæquitermina quæ?

Quæ quatuor quidem trigonis, sed non isopleuris, continetur.

Ut hîc cernis,



Tum veró quid Pyramidatum?

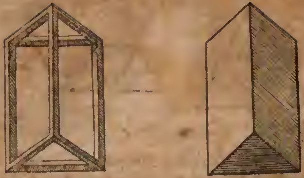
Solidum planum, á pyramidibus comprehensum. R.1.e.23.

Quæ sunt talia?

Prisma, & Polyëdrum mistum.

Prisma quid est?

Pyramidatum, cujus duo opposita plana sunt æqualia, similia & parallela; reliqua parallelogramma. E.13.d.11. R.3.e.23.



Quomodo distribuitur?

In Pentaëdra, & Pentaëdrata.

Definiatur Pentaëdrum?

Quod quinq; hedris, binario nempe pluribus quàm sunt anguli in basi, comprehenditur. Simpliciter etiam Prisma dicitur. Ut in positis figuris liquet.

Pentaedratum item?

Quod é pentaëdris est compositum. R.8.e.29.
Estq; Hexaëdrum, aut Polyedrum.

Hexaedrum?

Quod sex hedris quadrangulis continetur.
Iidemq; aut Parallelepipedum, aut Trapezium.

Et quid Parallelepipedum?

Cujus opposita plana sunt parallelogramma. E.24.p.11.R.9.e.23.
Idq; vel Rectangulum, vel Obliquangulum.

Quæ sunt Rectangula parallelepipeda?

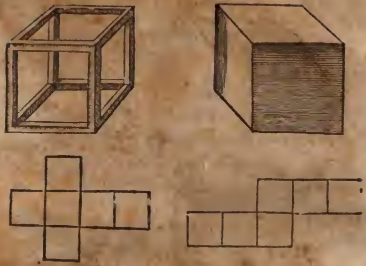
Cubus, & Oblongum.

Quid sit Cubus?

Rectangulum æqualium hedrarum. Unde Isoëdrum vocatur. E.25.d.11.R.2.e.24.

Ut quod comprehenditur á sex quadratis æqualibus, solidis angulis inter se compositis.

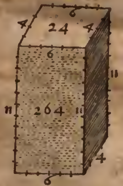
Quid



Quid oblongum?

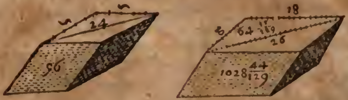
Rectangulum inæqualium hedrarum.

Ut hic:



Obliquangula Parallelepipeda quæ?

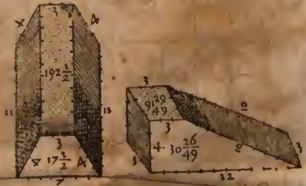
Hedris obliquangulis comprehensa: ut Rhombis, & Rhomboidibus.



Trapezium tandem hexaedrum quod?

Cujus hedræ neq; parallelæ, neq; æquales sunt.

Ut hic vides,



Dic etiam, quid Pentaedratum Polyedrum?

Quod pluribus, quàm sex, hedris inæqualibus comprehenditur.

Quale hic vides Octaedrum sexangulæ basis.



Exposuisti Prismata: nunc quoq; de Polyedro misto age?

Polyedrum mistum voco pyramidatum, quod pluribus quàm sex hedris;

dris, equalium inter se terminorum, constat. R.1. e.25. Componitur é pyramidibus, vertice suo in centro coeuntibus, & sola basi æquiterminâ ordinataque eminentibus.

Quottuplex id statuis?

Duplex: vel triangulæ basis, vel quinquangulæ. Et triangulæ basis polyëdrum mistum, aliud est Octaëdrum, aliud Icosaëdrum.

Explica Octaedrum?

Octaëdrum polyedrum mistum est, quod ab octo triangulis solidis comprehenditur. E.27.d.11. R.6.e.25.





Construitur hujusmodi Octaedrum, si triangula octo isopleura, solidis angulis in vertice coeuntibus, & solâ basi eminentibus, componantur. Ut hic:



Etiam Icosaedrum?

Icosaëdrum polyëdrum mistum est, quod á viginti triangulis solidis comprehenditur. E.29.d.11. R.8.e.25.





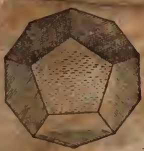
Hinc, si viginti triangula æqualia solidis angulis modo antè dicto cóponantur, comprehendent Icosaedrum. Ut hic vides:



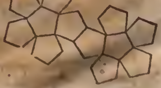
Quid dicis de Polyedro misto quinquangulæ basis?

Id vocatur Dodecaëdrum, quod nimirum à duodecim quinquangulis æqualibus solidis comprehenditur R.12.c.15.





Quod si igitur duodecim quinquangula æqualia solidis angulis componantur, constituetur Dodecaedrum. Ut hic:



Caput IX.

De Corporibus Gibbis.

Actum est hucusq; de Corporibus sive solidis Planis: quid ergo nunc dicis de Solido Gibbo?

Corpus gibbum est, quod comprehenditur á superficie gibba. R.1. c.26.

Quotuplex est?

Duplex: Sphæra, & Varium.

Sphæram quid vocas?

Solidum rotundum: ut quod fit conversione semicirculi, manente diametro. E.14.d.11. R.7.c.26.





Diameter autem Sphæræ peculiariter Axis vocatur, circa quam sphæra convertitur.

Et Axis extremitates Poli dicuntur.

Quod Solidum est Varium?

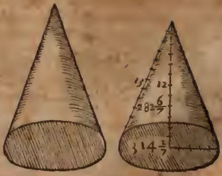
Quod comprehenditur á superficie varia, & basi circulari. R.1.c.27. *Estq; Conus, aut Cylindrus.*

Conus qui dicitur?

Solidum varium, á conica superficie & basi comprehensum. R.4. c.27.

Ut quod fit conversione Trianguli rectanguli, manente altero crure circa rectum angulum.

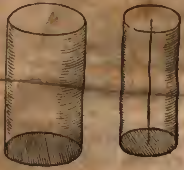
Quale hic est:



Cylindrus autem?

Solidum varium, quod á cylindracea superficie & oppositis basibus comprehenditur. R.5.e.27.

Quale hic vides; factum videlicet conversione Parallelogrammi rectanguli, altero latere quiescente.



Atque hactenus prior GEOMETRIAE pars in exponendis subjectæ Magnitudinis generibus occupata fuit.

POSTE-

POSTERIORIS GEOMETRIÆ PARTIS IDEA.

CAP. I.

Pars Geometriæ altera est τ῀ ζητυμένων, quæsitorũ, nẽpe attributorũ sive affectionũ Magnitudinis. sũt autẽ illa duplicia: alia

- Generalia, *seu communia omni Magnitudini: in consideratione tum*
  - Vniuscuiusque *magnitudinis per se & solitariæ. Hujusmodi sunt:*
    - Terminatio.
    - Sectio.
  - Plurium inter se cõparatarũ. *Et affectiones tales proveniũt ratione Quantitatis, tum*
    - Discretæ, *sive Numeri: ut*
      - Symmetria.
      - Ratio.
    - Cõtinuæ, *seu Magnitudinis. Quales sunt:*
      - Congruentia.
      - Adscriptio *tum*
        - Inscriptione.
        - Circumscriptione.
- Specialia & cuiq; *Magnitudini peculiaria. Suntq; vel*
  - CAP. II. Linearum, *in Euthymetria. Et vel*
    - Vnius:
      - Rectitudo.
      - Obliquitas.
    - Duarum inter se: *ut*
      - Perpendiculum *seu* Cathetismus.
      - Parallelismus.
  - CAP. III. Lineamẽtorum: *tum*
    - Angulorum:
      - Æqualitas.
      - Inæqualitas.
    - Figurarum. *Vide A.*

A

- CAP. IV. Figurarũ *affectiones vel sunt*
  - Generales & *communes: in consideratione tum*
    - Vniuscuiusq; *figura per se. Ut*
      - Ordinatio.
      - Primatus.
      - Ratio.
    - Duarum pluriumve *inter se comparatarum. Est q;*
      - Isoperimetrarũ & Primatum *vel æqué-multiplicium à primis* — Ratio.
      - Similium Proportio.
  - Speciales *ac propria: tum*
    - Superficierum, *in Planimetria. Earũ que aut*
      - Planarum
        - Rectilinearum:
          - CAP. V. Triangulorum, *in*
            - Lateribus.
            - Angulis.
            - Spatiis.
          - CAP. VI. Triangulatorum:
            - Quadrangulorum.
            - Multangulorum.
        - Curvilinearum
          - Simplicium, *seu* Circulorum.
          - Variarum.
      - Gibbarum
        - Sphæricarum.
        - Variarum.
    - Corporum, *in Stereometria.*

QUÆ-

QUÆSTIONUM GEOMETRICARUM PARS POSTERIOR:

De Magnitudinis affectionibus.

CAPUT I.

De Magnitudinum affectionibus communibus.

¶ Hactenus subjectam Geometriæ materiam, Magnitudinē cum suis speciebus, ordine in definitionibus ac distributionibus exposuisse videris: age, deinceps ita ut cœpisti, quid in Magnitudine proposita & data quærendum & contemplandum sit, paucis quoq; demonstra?

IN secunda hac Geometricarum quæstionum parte, Magnitudinis subjectæ inquiruntur adjuncta; ut sunt Variæ illius habitudines, proprietates & affectiones, quæ de ea ingeniosè investigata utiliter prædicantur.

Et siquidem proprietates istæ per se claræ & manifestæ sint, é suis definitionibus, ratæ habentur: sin obscuræ & ignotæ, syllogismis demonstrativis comprobantur; accersitis subinde datis definitionibus geometricis, axiomatibus logicis cognitioni huic inservientibus, postulatis item geometricis, quæ per actum quoque physicum intellectum de re proposita informant.

Non ergo omnia illicò vera apparent, quæ Magnitudinibus inesse dicuntur; sed talia illis inesse demonstrandum ais?

Sic est: uti Euclides quoq, docet. Hic enim, antequam ullas ullius magnitudinis affectiones proponat, definitiones illarum præmittit; per quas dein propositas dubias magnitudinum affectiones demonstrat. Axioma-

tæ pleraq; é Comparatorum loco producit. Postulata veró é fontibus geometricarum definitionū elicit, in subsidium veritatis demonstrandæ: qualia sunt, eductiones linearum rectarum, earundem continuationes, peripheriarum descriptiones, &c. quó ex iis quæ cognita sunt, id quod latet ignotum, declaretur.

Quæ sunt affectiones illæ, quas Magnitudini inesse dicis?

Sunt illæ duûm generum: aliæ Generales sive omni omnino Magnitudini communes; aliæ veró Speciales & cuiq; Magnitudini propriæ.

Generales quas intelligam?

Sunt & istæ in duplici differentia: competunt namq; vel unicuiq; solitariæ & per se consideratæ Magnitudini; aut é plurium inter se collatione eliciuntur.

Quænam affectiones Magnitudini cuiq; per se & absoluté consideratæ insunt?

Duæ hæ: Terminatio, cujusq; Magnitudinis genesin seu procreationem consequens; ut, quibus & qualibus terminis constet, intelligere queamus: & Sectio, ex analysi & magnitudinis in suos terminos resolutione promanans. Sic Linearum Terminatio duobus punctis, sectio in puncta, Angulorum terminatio duobus cruribus, sectio in crura; Triangulorum terminatio tribus lateribus, sectio in latera, perficitur.

De plurium autem inter se comparatarum Magnitudinum affectionibus quid mones?

Quód-si duæ pluresve inter se magnitudines veniunt contemplandæ; túm, an unius datæ magnitudinis quantitas ignota, cum alterius ejusdem generis quantitate cognita comparari, sicq; unius affectio ex alterius affectione explicari possit, attendendum.

Quot veró modis ita quantitas unius quantitate alterius examinari, & ad mensuræ judicium revocari potest?

Duobus: aut per Numerum seu discretam quantitatem; aut per Magnitudines ipsas & continuas quantitates.

Discreta quantitas quâ ratione continuam arguere potest?

Symmetriâ, & Ratione.

Quæ

Quæ igitur Symmetræ dicuntur magnitudines? quæ contrà Asymmetræ?

Symmetræ sunt magnitudines, quas data sive assumta eadem mensura, aliquoties distinctè sumta, exactè metitur.

Asymmetræ contrà, quas eadem mensura exactè non metitur. E. 1. 2. d. 10. R. 7. c. 1.

Geometra mensurans & Magnitudinem datam notam faciēs, pro arbitrio certam quandam & sibi cognitam mensuram, tanquam causam adjuvantem instrumentariam, adhibet: vt-pote Granum, Digitum, Palmum, Pedem, Cubitum, Gressum, Passum, Stadium, Milliare, &c. Assumtum hujusmodi certum quoddam mensuræ genus, & Magnitudini propositæ aliquoties applicatum, si eam veluti numeratim mensurat, atq; ita secundam quoq; aut tertiam propositā Magnitudinem exactè emetitur; tùm Magnitudines tales inter se Symmetræ dicuntur: licèt non sint æquales. Ut, Bipedalis & Tripedalis Magnitudo symmetræ sunt: quia longitudo Pedis utramque exactè metitur, ad priorem bis, ad posteriorem ter repetita.

Econtrà, quæ magnitudines mensuram ejusmodi communē, quæ omnes exactè metiri possit, non habent, Asymmetræ sunt.

Sic Diagonius Quadrati, & Latus ejusdem, actu ipso asymmetra sunt; licèt potentiâ per quadrata sua sint symmetra. E. 3. 4. d. 10.

Sic longitudo digitalis pedali est asymmetra. Sic quę diversis mensuris, verbi gratia, Urnis & Ulnis, mensurari solent, asymmetra erunt.

Nihil tamen prohibet, quó minús, quæ ratione unius mensuræ asymmetra sunt, alterius alicujus ratione symmetra esse possint; & cōtrà. Ita longitudo itineris trium milliarium est asymmetra longitudini itineris sesquimilliaris, si integrum milliare pro mensura adhibeatur: est tamen etiam symmetra, si adhibeas dimidium milliare.

Rationales quinetiam quas intelligas magnitudines? quas Irrationales, expone?

Rationales (ῥητοὶ) *sunt magnitudines, quarum habitudo est explicabilis rationali quodam numero.* seu:

Quarum ratio explicari potest numero certo & expresso datæ definitæque mensuræ.

Irrationales contrà. ἄλογοι. E. 5. d. 10. & 11. p. 10. R. 8. c. 1.

Omnes proinde Magnitudines symmetræ sunt quoq; Rationales: siqui-

ſiquidem ῥητὸν eſſe dicitur, quod ſecundùm certum numerum certamque menſuram cognoſcimus.

Nunc porrhó ut Magnitudinum datarum affectiones terminis geometricis, per alias quaſdam notas magnitudines, cognoſci poſſint, explica?

Duobus itidem modis: Congruentiâ & Aſſcriptione.

Quid vocas Congruentiam?

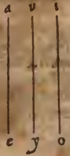
Congruentia magnitudinum (ἐφάρμοσις ἢ ἐφαρμογὴ) eſt, quando prima primis, media mediis, extrema extremis, partes deniq; magnitudinis unius partibus alterius uſquequaq; reſpondent.

Hinc Congruæ magnitudines dicuntur, quarum termini ſive partes unius, applicatæ partibus ſive terminis alterius, æqualem ubique locum occupant.

Axioma 8. Geometricum eſt Euclidis: *Magnitudines congruas eſſe æquales.*

Inde fœcunda conſectaria, é loco Logico Comparatorum, in hac ſchola ab Euclide recepta, deducuntur: Ut,

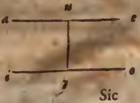
1. *Quæ uni & eidem ſunt æqualia, etiam inter ſe ſunt æqualia.* E. 1. ax.



Ut in tribus his lineis apparet: quarum prima *a e*, æqualis eſt *u y*, & *u y* æqualis eſt *i o*. Ergo cúm *a e* & *i o* æquentur *u y* lineæ, inter ſe quoq; æquales erunt.

In Numeris quoque res plana eſt. 4, 4, 4, 4. Quilibet horum numerorum quatuor unitates in ſe continet: ergo & valor eorum cujusque inter ſe eſt æqualis.

2. *Si æqualia æqualibus addantur, tota ſunt æqualia.*



Ut hîc, *a u* & *i y* æqualibus lineis, adjectæ æquales *u e* & *y o*, totam *a e* toti *i o* æqualem reddunt.

Sic

Sic in Numeris 6,6, 4, 4. si cuiq; senario unum quaternarium adjicias, tota inde effecta, 10, 10. æquabuntur.

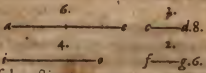
3. *Si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur sunt æqualia.*

Ut ex præcedenti diagrammate liquere potest.

4. *Si inæqualibus æqualia adjiciantur, tota inter se fiunt inæqualia.* Et contra:

5. *Si ab inæqualibus æqualia subducantur, quæ relinquuntur sunt inæqualia.*

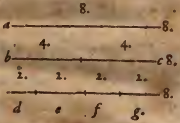
Ut hic, *ae* & *io* inæqualib. lineis, adjectæ æquales *c d* & *f g*, totas reddunt inæquales; priorem videlicet 8. posteriorem 6. partium. Idem evenit in subtractione.



6. *Quæcunq; sunt ejusdem dupla, sive æqué-multiplicia æqualitér ve majora, sunt inter se æqualia.* Et vice versâ:

7. *Quæcunque sunt ejusdem dimidia, sive æqualiter minora, inter se quoq; sunt æqualia.*

Ut hîc, *a* est dupla ipsi *b* & *c*. Ergo *b* & *c* æquales. Sic *a* est quadrupla ipsi *d,e,f,* & *g*. Ergo *d,e,f,g*, æquales sunt. Sic *b* & *c* sunt semisses ipsius *a*. Ergo *b* & *c*, æquales. Item *d*, vel *e,f,g*, quadruplo minor ipsâ *a*. Ergo *d,e f,g*, inter se æquales esse necesse est.



8. *Omne totum est majus suâ parte.*

Atque ita mensuramus cuncta solida & liquida, concreté & abstracté. Sunt enim Axiomata hęc causæ instrumētariæ noëticæ, quib. magnitudines abstracté etiam mentis acie mensurari solent:.

De Asscriptione Magnitudinum quid dicis?

Asscriptio est, quando magnitudinis unius termini terminis alterius terminantur quidem, sed non congruenter.

Quæq; sic intrà est, Inscripta dicitur: quæ autem extrà, Circumscripta. E.dd. 4.R. 10.e. 1.

Ut dum Circulo Diametrū inscribimus, quâ illum mensuramus.

Tota ſiquidem Aſcriptio per Latera & Angulos expeditur.

Generales & communes omnis Magnitudinis affectiones hucuſq; propoſuiſti: nunc in ſpecie cuiq; peculiares quæ ſint, audire cupio?

Hæ vel Linearum ſunt, quas Euthymetriæ nomine inſigniunt: vel Lineamentorum; Superficierum & Corporum, quas ad Planimetriam & Stereometriam referunt. Sicq́ unamquamq́ Magnitudinem certâ ratione menſurare docent Geometræ.

Quomodo?

Modus & ratio menſurandarum Magnitudinum, hoc eſt, exprimẽdæ cujuſq́ facultatis & affectionis, eſt duplex: aut enim in materia concreta inſtrumento quodam phyſico magnitudo propoſita menſuratur; aut ſolo intellectu abſtractè magnitudinis datæ affectio ratiocinatione ingenioſâ colligitur, ac deinceps rebus materiatis accommodatur. Illum priorem, Geodæſiam; poſteriorem, Geometriam ſimpliciter appellamus.

Abſtractè & ſolo intellectu magnitudinis alicujus proprietatem concipi poſſe, dicis: id veró quomodo fit?

Ope Propoſitionum geometricarum. Quæ ſunt integræ ſententiæ & enunciationes, peculiarem cujuſq́ ſubjectæ magnitudinis peculiarem illi attributam affectionem inquirendam proponentes: quarum veritas ex principiis ſuprà dictis, definitionibus ſcilicet, axiomatibus, poſtulatis, & propoſitionibus prioribus comprobatis, demonſtratur.

Súntne hujusmodi propoſitiones uniusmodi?

Apud Euclidem quidem ſunt duplices: ita ut quædam Problemata, quæ nimirum Magnitudinis alicujus fabricam requirunt; quædam veró Theoremata, quæ ſubjecti affectionem ſimul indicant, dicantur.

Nos tamen, inſequuti Ramum (qui Problematicas Euclidis propoſitiones in Theoremata redegit) propoſitiones Theorematicas, ut-pote quibus ſimul ineſt fabrica, memoriæ & perſpicuitatis cauſâ, proponemus.

Quænam autem methodus, in demonſtranda & explicanda Propoſitionis alicujus Geometricæ veritate, adhibetur?

Proclus, antiquiſſimus Euclidis interpres, quinq́ capita obſervanda præcepit:

1. *Eſt*

1. *Est ἡ ἔκθεσις propositionis, hoc est, dati subjecti seu antecedentis in abaco, (τοῦ διδομένου ἢ ἡγουμένου) expositio.*

2. *ὁ διορισμὸς, determinatio, seu explicatio quæsiti attributi seu consequentis, (τοῦ ζητουμένου ἢ ἑπομένου.)*

3. *ἡ κατασκευὴ, delineatio ac præparatio subjecti, ad quæsiti investigationem, aut inventi demonstrationem.*

4. *ἡ ἀπόδειξις, demonstratio veritatis, & affectionis affirmatæ logica comprobatio.*

5. *τὸ συμπέρασμα, absoluta conclusio prædicati, & repetita propositionis totius affirmatio.*

Verúmtamen ista demonstrandi methodus non semper cunctas has partes seu capita requirit. Interdum namq; nullâ opus habemus ἐκθέσει, interdum nec διορισμῷ, aut κατασκευῇ; siquidem res per se evidẽtes ac manifestæ sint. Neq; semper directè propositum syllogismis concluditur; sed quandoque τῇ ἀπαγωγῇ εἰς ἀδύνατον, sive ad absurdum deducendo adversarium, utimur. Nec denique semper integris syllogismis, aut harum partium ordine observato, verùm sæpe Enthymematibus, &c. res absolvitur.

Atque ista quasi προλεγόμενα speciali affectionum geometricarum magnitudinis explicationi præmissa sunto.

Caput II.

De Linearum affectionibus primariis.

¶ Quid igitur in Lineis maximoperé cognitu sit necessarium, proponito?

I*N Lineis, præter communes affectiones, præcipuè spectamus, tum Rectitudinem aut Obliquitatem, tum Perpendiculum, & Parallelismum.*

PROPOSITIO I.

De Lineæ rectæ terminatione.

Si linea sit recta, erit quoque brevissima intra eosdem terminos.

R. conf. 5. c. 2.

Est Consectarium Archimed. ex definitione Lineæ rectæ.

ἔκθεσις. Esto hic data linea recta, *a e b*, ex thesi.



διορισμός. Eadem hæc brevissima est intra eosdem terminos *a* & *b*.

κατασκευή. Educatur ex iisdem terminis linea *a c b*.

ἀπόδειξις. Si *a e b* linea æqualiter interjacet intra terminos *a b*, est quoque intra eosdem terminos breuissima.

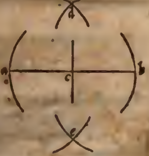
Atqui æqualiter interjacet: quia est linea recta, ex thesi. Et siquidē linea quoque *a c b* esset recta, aut brevior lineâ *a e b*, æqualiter itidem intra terminos *a b* interjaceret, adeoque congrueret cum linea *a e b*: quod tamen repugnat thesi. Ergo linea *a e b* est brevissima intra terminos *a b*.

συμπέρασμα. Ergo, si linea est recta, est quoque brevissima intra eosdem terminos: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

PROPOSITIO II.

De Rectæ lineæ bisectione.

Si duæ æquales peripheriæ à terminis datæ rectæ utrinq; concurrant, recta per puncta concursus ducta bisecabit datam rectam. E. 10. p. 1. R. 7. c. 5.



ἔκθ. Esto data linea recta *a b*.

διορ. Eadem recta est bisecanda.

κατασκ. 1. à terminis datæ rectæ, *a* & *b*, utrinque æquales quantæcunque peripherię describantur, concurrentes in punctis *d* & *e*. 2. regulâ admotâ punctis *d* & *e*, ducta linea recta bisecabit *a b* in puncto *c*. 3. posito circini pede uno in puncto *c*, alteroq; per *a* & *b* circumducto, peripheria describatur.

ἀπόδ. Omnes radii ejusdem circuli inter se sunt æquales.

At linea *c a*, & *c b*, sunt radii ejusdem circuli.

Ergo inter se æquantur. Et per cons. Linea *a b* in puncto *c* est bisecta.

συμπ. Ergo, si duæ æquales peripheriæ à terminis datæ rectæ, &c. id quod erat demonstrandum.

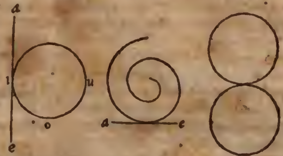
PRO-

PROPOSITIO III.

De Obliquæ lineæ judicio.

Si duæ lineæ concurrant, quæ continuatæ non intersecentur, alterutrā obliquam esse necesse est. E.2.3.d.3.& 13.p.3. R.6.e.2.

Ut hîc, recta *a e* cum *i o u* concurrit in puncto *i*, & neutra alterā secat, aut cum ea cōgruit. Ergo lineam *i o u* curvam esse oportet; quia neutra alteri est ęqualis aut congrua. Hoc autem



modo duntaxat concurrunt duæ obliquę lineę, sive obliqua & recta: siquidem duæ rectæ nunquam concurrere possunt, quin se mutuò intersecent, aut una alteram continuet.

PROPOSITIO IV.

De Linearum æqualitate inter se.

Si linearum termini concurrant, & usquequaq; congruant, lineæ inter se sunt æquales. Et contrà.

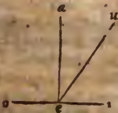
Ex axiomate Congruentiæ patet.

PROPOSITIO V.

De Perpendicularium natura.

Si recta sit perpendicularis rectæ, erit ab eodem termino & ex eadem parte singularis. E.13.p.11.R.cons.10.e.2.

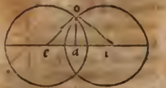
Demonstratur ex definitione Perpendiculi. Nam si plures essent perpendiculares, omnes æqualiter interjacerent, nec inclinarent: quod est impossibile. Sic enim spatium *a e i* æquaretur *u e i*, majus minori; ut in posita figura patet.



PROPOSITIO VI.

De excitanda Perpendiculari è puncto quodam in recta linea.

Si é dato datæ rectæ infinitæ puncto duæ partes utrinque secentur æquales, & ex punctis sectionum duæ æquales, peripheriæ concurrant; recta à dato puncto in concursum peripheriarum, erit perpendicularis super datam. E. 11. p. 1. R. 9. e. 5.



ἐκθ. Sit data recta *e i* cujuscunque longitudinis (hanc enim per infinitam intelligunt Geometræ) & in ea punctum *a*.

διορ. Ex puncto *a* datæ rectæ perpendicularis quædam educenda est.

κατασκ. 1. ab *a* puncto duæ partes æquales utrinque circini ope abscindantur, sintque *a e* & *a i*. 2. ex *e* & *i* æquales peripheriæ concurrentes in *o* describantur. 3. ex *o* puncto in *a*, ducatur recta *o a* perpendicularis. 4. ex *e* in *o*, itemq; ex *i* in *o* ducantur lineæ rectæ.

ἀπόδ. Linea *a o* æqualiter interjacet. Sunt etenim *a e* & *a i* æquales ex prima fabrica seu κατασκευῇ: sic & *o e* & *o i* æquantur, quia sunt radii duarum æqualium peripheriarum. Unde exsurgunt anguli æquicruri & congrui *o a e* & *o a i*, quorũ commune latus est *a o*, quod proin nequôquam inclinat.

Est ergo perpendicularis.

συμπ. Ergo, si é dato datæ rectæ infinitæ, &c.

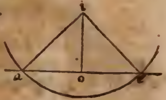
PROPOSTIO VII.

De educenda Perpendiculari é puncto quopiam extra datam rectam.

Si pars datæ rectæ lineæ infinitæ secetur á peripheria é dato extra eam puncto; rectam á dato puncto bisecans, portionem in peripheria, erit perpendicularis super datam. E. 12. p. 1. R. 10. e. 5.

Ut, sit data recta *a e*: punctum extra eam *i*. Ex quo peripheria describatur *a o e*, auferens portionem ex data recta *a e*: hæc portio dein per 2. prop. hujus cap. bisecetur in *o*: eritq; recta é puncto *i* in *o* ducta perpendi-

pendicularis datæ rectæ *ae*. Ductis etenim rectis lineis ex *i* in *a* & *e*, demonstratio procedit ut in præcedente 6.prop.



PROPOSITIO VIII.

De Parallelarum linearum natura.

Si duæ lineæ in eodem plano in continuum productæ nusquam concurrant, sunt inter se parallelæ. E.35.d.1.R.11.e.5.

Demonstratio est é definitione Parallelismi: in continuum namque & infinitũ productæ hujusmodi lineæ perpetuó æquidistabunt.



PROPOSITIO IX.

Lineæ eidem alteri parallelæ, inter se quoq; sunt parallelæ. E.30.p.1.R.conf.11.e.2.



Demonstratio pendet ex consect.1.Axiom.congr. Quæ uni & eidem sunt æqualia, &c. Vel etiam ex conf.2. si æqualibus æqualia addantur, &c.

Et hæc breviter de Linearum potissimis affectionibus.

CAPUT III.

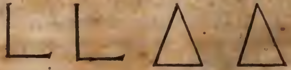
De Angulorum affectionibus.

PROPOSITIO I.

De ratione Angulorum inter se.

A*nguli cruribus congrui, sunt æquales.* E.4.p.1. R.6.c.3.

Demonst. est ex Axiom. Congr communi.



PROPOSITIO II.

Si angulus angulo sit æquicrurus & æqualis basi, æquantur inter se. Et vicissim: Si angulus angulo æquicruro est æqualis, æquatur quoque basi. E.48.p.1.R.1.consl.6.c.3.

Demost. ex principio ἐφαρμόσεως & est consectarium ex præcedēte.

PROPOSITIO III.

De Angulorum æqualium fabrica.

Si dati anguli cruribus, ad datum quoddam punctum, crura homogenea æquentur æquâ basi; æquabunt angulum dato. E.23.p.1. & 26. p.11. R.5.c.3.



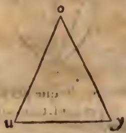
Ut hîc. Esto Angulus datus *a e i*, & punctum datum *u*. Ab *u* sit recta ducta quantacunq; *u o*, quæ circini ope æquetur cruri *e a* in *o*: quantitas deinde basis *a i* transferatur ab *o* in *c*, itidemq; cruris *e i* quantitas

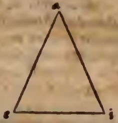
titas ab *u* in *c*: & ad *c* punctum, in quo se peripheriæ duæ secant, ducatur recta *u c*. Sicq; angulus *o u c*, æquatur angulo *a e i* dato. Demonstratio est ex Ax. Congr. & præcedente 2. prop.

PROPOSITIO IV.

Si angulus angulo æquicrurus est major basi, est quoque major angulus. Et vicissim, si est major, est quoque major basi. E. 24. & 25. p. 1. R. 2. consf. 6. c. 3.

Ut hîc: angulus *e a i* æquicrurus angulo *u o y*; basis autem *e i* major basi *u y*.



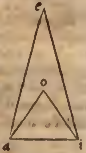


Demonst. Ax. Congr. 4. Si æqualibus inæqualia adjiciantur, &c.

PROPOSITIO V.

Si angulus angulo sit æqualis basi, minor veró utroque interiore crure, tunc cruribus minor majorem angulum continebit, & cruribus major angulum comprehendet minorem. E. 21. p. 1 R. 4. consf. 6. c. 3.

Præcedens docuit, angulos æquicruros per bases majores augeri, per minores minui: hîc autem, dum bases manent æquales, crura autem interiora fiant inæqualia, contrarium contingit; nempe, quó majora fiunt crura ęqualium basium, eó magis in verticem abeunt, angulúmque acuunt: quó minora fiunt, eo magis dilatantur anguli, donec tandem cum basi coincidant: ut hic interior angulus *a o i*, major est exteriore *a e i*. Demonst. ex eodem ax. congr. 4. per Proclum ad 8. p. 1. & est consect. præcedentis.



PROPOSITIO VI.

De Angulorum bisectione.

Si duæ æquales peripheriæ à terminis æqualium crurum dati anguli rectilinei antè concurrant, recta à côcursu ad verticem bisecabit angulum. E.9.p.1. R.6.e.5.

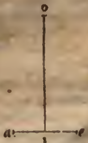


Ut, esto datus angulus rectilineus æqualium crurum *ae* & *ai*: hinc duæ æquales peripheriæ ab *e* & *i*, terminis æqualium crurum, ante angulum concurrant in *o*: recta sic ab *o* in *a* ducta angulum datum bisecabit. Ductis etenim rectis *oe* & *oi*, anguli *oae* & *oai* æquicruri, ex thesi, & ex communi latere *ao*, æquantur æqualibus basibus *eo* & *io*, radiis scilicet æqualium peripheriarum. Itaque per 2. prop. hujus cap. Anguli *oae* & *oai* æquantur: & per conf. totus angulus *eai* est bisectus; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO VII.

De ratione Angulorum inter se, ab incidentibus & secantibus lineis.

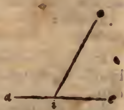
Si recta perpendiculariter insistit rectæ, facit angulos deinceps rectos. Et contrà. E.11.p.1. R.8.e.5.



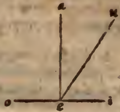
Ut, *ae* rectæ insistit ex thesi perpendiculariter *oi*: unde fiunt anguli ἐφεξῆς sive deinceps facti, nimirum *aio* & *eio*, recti. Uterq; enim æqualis est, ex definit. Perpendiculi, & anguli recti def. consect.

PROPOSITIO VIII.

Si recta obliquè insistit rectæ, anguli deinceps positi duobus rectis æquantur. Et contra. E.13.14.p.1. R.1.consf.8.e.5.



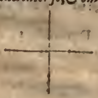
Duo namq; tales anguli cum duobus rectis eundem locum occupant: ut hîc, *aio* & *eio*. Quod item per impossibile sic cogi potest. Esto insistens *ae* perpendicularis facta per 6.vel 7.p. 2 cap. quæ proin duos angulos deinceps, *aeo*, & *aei*, faciet rectos, per præced.7. Atque ita ex sententia adversarii, anguli *aeu* & *uei* duos facerent rectos æquales *aei* recto, (cùm omnes anguli recti, ex definit. æquales inter se sint) unde angulus *uei* æqualis foret angulo *aei*, pars videlicet toti; quod est impossibile.



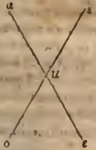
PROPOSITIO IX.

Si duæ rectæ intersecantur, æquant angulos verticales inter se, & omnes quatuor rectis. E.15.p.1. R.2.consf.8.e.5.

Anguli verticales, κατ̀ κορυφὴν, dicuntur, qui in eodem puncto vertices oppositos habent.



Demonst. Quia intersectæ sunt vel perpendiculares, ut in priori figura; ac proin recti omnes & æquales, per præcedentem 7. prop. vel sunt obliquæ; tumq; verticales etiam æquātur. Ut *ani* & *oue*: item *auo* & *ine*. Æquales verò sunt *ani* & *one*, quia per præcedentem cum communi angulo *auo* æquātur duobus rectis; ideoq; etiam inter se æquantur *ani* & *one*. Detracto enim communi *ine*, (qui cum *ani* duos rectos facit; itidemq; cum *one* angulo duos rectos parit) reliqui duo, *ani* & *one*, verticales, per ax. congr. 3. æquales manebūt. Atq; sic consequenter de reliquis concludere licet.



II 2

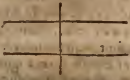
PROPOSITIO X.

Si recta duas rectas parallelas secuerit, faciet angulos coalternos inter se æquales: & extrinsecum intrinseco ex eadem parte opposito æqualem: intrinsecósq; ex eadem parte duobus rectis æquales. Et vicissim: *Si recta rectâ secta angulos alternos faciat æquales, &c. sectæ inter se sunt parallelæ.* Et contra. E.27.28.29.p.1.R.12.e.5.

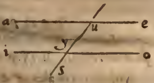
Proclus, Parallelismus rectarum rectâ sectarum triplicem æqualitatem angulorum concludit; & ab earum qualibet vicissim concluditur.

Recta parallelas rectas aut rectè secat, aut obliquè.

Si rectè, tunc omnes inter se perpendiculares; ac proin recti & æquales inter se erunt, per 7.prop. hujus cap. Ut hîc:



Si obliquè, 1. angulos coalternos ἐναλλὰξ positos æquales inter se arguit: ut *u* & *y*. 2. extrinsecum intrinseco ex eadem parte opposito: ut *eur* & *oyu*. 3. intrinsecos ex eadem parte duobus rectis æquales: ut *euy* & *oyu*.



Demonst. 1. Angulus *auy* sit primò æquicrurus angulo *oyu*, & basis ex *a* in *y*, æquetur basi ex *o* in *u* per 3.prop. hujus cap. Erunt igitur anguli cruribus homologis inter se congrui & æquales, per 1. & 2.prop. huius cap.

2. Angulus *rua* est verticalis angulo *euy*: proin per 9. præced. inter se æquantur. Angulo autem *euy* est ἐναλλὰξ & æqualis *uyi*. Ergo & *rua* æqualis est *uyi*, extrinsecus intrinseco ex eadem parte sibi opposito, per ax. congr. 1.

3. Anguli ἐφεξῆς interiores ad *u* positi duobus rectis æquantur, per præced. 8.prop. Et sic quoq; ad *y* positi duobus rectis æquantur: *u* verò angulus æqualis jam demonstratus est *y* coalterno. Itaque per ax. congr. 3. *euy* & *oyu* duobus rectis æquales sunt: quod erat demonstrandum.

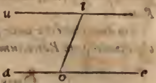
PRO-

PROPOSITIO XI.

De ducendis Parallelis.

Si recta à dato puncto ad rectam ducta faciat angulum, factóq; alterné angulus æquetur; anguli alterni crus alterum erit parallelum ad datam rectam. E.31.p.1.R.3.conſ.12.c.5.

Eſto data recta *a e*, & punctum *i*; à quo recta ducta ſit *i o*, faciens cum data *a e* angulum *i o e*: cui ad *i* alterné per 5. prop. huius cap. æqualis fabricetur *o i u*.



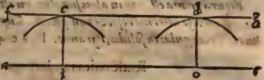
Recta igitur *u i s* in continuum producta (quæ eſt crus alterum) eſt parallela datæ.

Demonſtratio eſt ex qualibet parte præcedentis; ab angulorum ſc. alternorum æqualitate, vel reliquis modis; ſi *o i* producas, angulũ exteriorem interiori ſibi oppoſito æqualem feceris, &c. Totq; modis fabrica procedit Parallelismi.

Vel alio modo.

Si in data recta diverſa ſumas centra, & ex iis peripherias æqualium radiorum ducas, linea recta tangens peripherias erit parallela datæ.

Ut, ſit data *a e* recta, in eaque centra diverſa *i* & *o*, æqualiumq; radiorum peripheriæ ſive arcus, *c* & *d*. Tangens igitur *f g*, erit parallela datæ *a e*: æquidiſtat enim ubique per æqualium peripheriarum radios.



CAPUT IV.

De Figuris. Et primò, de Geometria Triangulorum.

Angulorum geometriâ expoſitâ, proximum eſt, ut de Figuris dicatur. Quas igitur Figuris affectiones tribuis?

HArum aliæ sunt generales, aliæ speciales.

Quæ sunt illa generalia, quæ communiter in Figuris spectanda sunt?

Ad rem metricam spectantia potissimùm hæc sunt. Si quamlibet figuram per se spectes, occurrit Figura vel Ordinatio, vel Primatus, vel Ratio.

Sin duas pluresve inter se compares, mutua earundem ad se invicem observatur, tum Ratio, tum Proportio.

Quas figuras Ordinatas dicis?

Figura ordinata est figura æquitermina & æquiangula. Hoc est: cujus termini & anguli inter se sunt æquales. Tales figuræ sunt, in rectilineis, Triangulum æquilaterum, Quadratum, Pentagonum, Hexagonum, &c. In obliquilineis, Circulus. In solidis, Tetraëdrum, Cubus, Octaëdrum, Dodecaëdrum, Icosaëdrum, Sphæra. E.25.26.&c.dd.11.l. R.7.e.4.

Reliquæ figuræ pleræq; omnes Inordinatæ dici possunt: Idq; secundum magis & minus. Ut Isosceles inordinata figura est respectu Isopleuri; ordinatior tamen Scaleno.

Primas autem quas vocas?

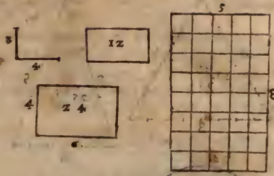
Figura prima est, quæ in alias simpliciores est individua. Sive: quæ in alias priores se ulterius resolvi non potest. Cujusmodi sunt in planis rectilineis, Triangula: in solidis, Pyramis. R.8.e.4.

Rationales tandem quæ sunt?

Figura rationalis est, quæ comprehenditur à basi & altitudine rationalibus inter se. R.9.e.4.

Comprehendi hîc idem est, quod in Arithmeticis multiplicari. E.1.d.2. Numeris enim laterum inter se multiplicatis, certo quasi numero explicatur magnitudo figuræ; si nimirum duo latera, basis & altitudo, inter se rationalia sint, quorum ratio magnitudinis certo mensuræ numero explicari potest, tota inde figura rationalis dicetur: Ut hîc,

Ut hic:



Et inde Numerus figuræ rationalis, Figuratus dicitur: & numeri, unde fit, Latera figurati.

Atque é tali laterum mensura nota, totarum figurarum magnitudines innotescunt, quasi per ratiocinationem arithmeticam. E. 10. p. 10. & 16. 17. dd. 7.

Tales figuræ erunt, in planis, Parallelogrammum rectangulum: in solidis, Prisma & Cylindrus. Vnde omnium reliquarum figurarum mensuræ ratio capitur.

Quód si figuræ invicem comparentur, quænam tùm Rationales dici possunt?

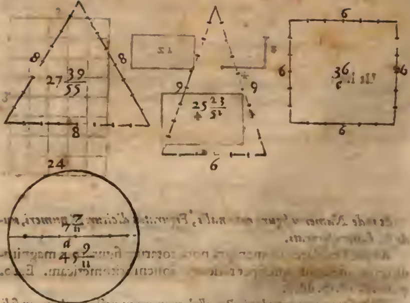
Figuræ isoperimetræ, sive æquales ambitus obtinentes.

Utpote, Triangulum, Quadrangulum, Circulus, &c. quorum cujuslibet ambitus sit tripedalis. Eorum proin magnitudines non illico æquales, sed rationales duntaxat, inter se dici possunt. R. 10. e. 4.

Harum ergo Ratio quænam est?

Ex Isoperimetris homogeneis, ordinatius est majus minús-ordinato. Ex heterogeneis veró ordinatis, terminatius est majus. R. 11. e. 4.

Sic Triangulum æquicrurum isoperimetro isosceli, majus est; & isosceles scaleno, tanquam minús ordinato. Ex figuris heterogeneis, circulus, vt πολυπλευρότερος & πολυγωνιότερος, omnium isoperimetrarum, maximus erit: sicuti hic cernis:



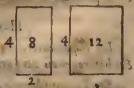
Proportionales porrò figuræ inter se comparatæ quæ sunt?

Figuræ primæ seu æquè-multiplices à primis æquèaltæ, & figuræ similes.

Illarum priorum proportionem ostende.

Figuræ primæ, seu æquè-multiplices à primis, æquèaltæ, sunt ut bases illarum. Et contrà. R. 12. e. 4.

Si namq; idẽ numerus alios quoslibet multiplicet, facti fiũt proportionales multiplicatis. Ut hic: altitudo utriusq; parallelogrammi rectanguli (figurarum nempe à primis, triangulis, duplarũ) est 4. partium, bases vero sunt 2. & 3. vt igitur se habent 2. ad 3. basis sc. unius ad basin alterius, sic totius figuræ magnitudo ad totam alterius. Idem enim numerus, 4. notans æquã altitudinẽ vtriusq; multiplicans 2. & 3. facit 8. & 12. proportionales. vt enim sunt 2. ad 3: sic 8. ad 12. Hinc demonstratur, Parallelogramma esse duplicia Triangulorum æqualium

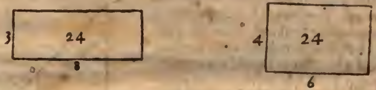


basium

basium & æqué-altorum: in solidis, Prismata esse triplicia Pyramidũ. Et sic consequenter de æqué-multiplicibus à suis primitivis judicandum.

Deductio hæc figurarum Primarum æqué-altarum ad æqué-multiplices æqué-altas, immensam fœcunditatem peperit per totã Geometriam: ut liquet ex E.35.36.37.38.39.40.41.pp.1.item 1.p.6.itẽ 25.29.30.31.32.pp.11.item 2.4.5.6.11.13.14.18.pp.12. Hinc doctrina Sinuum prodit: siquidem diameter circulorum æqualiũ pro basi habeatur.

Atque ut directa procedit proportio vi Aureæ regulæ; sic quoque reciproca. Si nimirum figuræ primæ, vel æqué-multiplices à primis, sint reciprocé æquales sive æqualiter magnæ basi & altitudine, sunt quoque proportionales. *Et contrà.* E.14.15.p.6. R.13.e.4.& 8.e.7. & 14.e.10. Ut in figuris liquet rationalibus. Hic ternarius, altitudo



unius, ad senarium, basin alterius, æqualiter magnam, cum sua altitudine & basi alterius (utrobique enim reciprocé sumtis terminis ratio est dupla) proportionem eandem concludent. Eadem siquidem est ratio 3. ad 6. quæ est 4. ad 8. Termini proinde primo reciprocé considerati, ac proportionales deprehensi; directé postea sumti, ac inter se multiplicati, æqualitatem rationum vel factorum efficient.

Similes figuras quomodo definis?

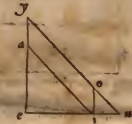
Figuræ similes sunt, quæ æquales angulos, sub homologis terminis comprehensos, habent. Sive: sunt figuræ æquiangulæ homologoterminæ. E.1.d.6.R.14.e.4. *Ut sunt qualibet Triangula isopleura, circuli item cuiuscunq; magnitudinis, &c.*

Quæ his inest Proportio?

1. *Similium figurarum termini homologi, æqualibus angulis subtensi, inter se sunt proportionales.* Ut hìc:



Ingens est fœcunditas hujus elemẽti,& fulcrum totius Geodesiæ. Sunto enim, verbi gratiâ, Triangula *aei* & *oiu*, æquiangula & similia cum toto triangulo *yeu*; ita quidem, ut anguli *y*, *a*, *o*, æquales sint similiterq; siti: ut & anguli ad *e* & *oiu*, itemque anguli communes ad *u* positi cum angulo *aie* æquales, per 10.c.p.3.cap. sunt enim *yu* & *ai* parallelæ; sicut *ye* & *oi*. Dicimus hic, terminos homologos sive crura homologa æqualium angulorum inter se esse proportionalia; ita ut, quæ est ratio inter *ye* & *eu*, eadem sit inter *ae* & *ei*: sic eandem esse rationem inter *ye* & *eu*, quæ inter *oi* & *iu*. Sic quemadmodum se habet *ui* ad *io*, sic *ue* ad *ey*: ut suo loco demonstratur.



2. *Figuræ similes habent rationem homologorum laterum æqué multiplicatam dimensionibus, & medium proportionale, unâ dimensione minus.* E.2.p.6.item 11.& 18.p.8.R.15.e.4.

Hujus elementi duæ sunt partes: altera de ratione homologorum laterum, altera de medio proportionali.

Figuræ planæ duarum sunt dimensionum: solidæ trium. Itaq; habebunt illæ duplicatam rationem homologorum laterum; hæc triplicatam. E.18.19.p.8.

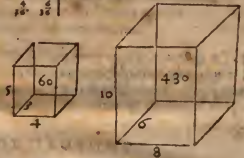
Ut hic,

Ut hic, Figuræ planæ 8. & 18. partium, a lateribus suis 2. & 4, 3. & 6. factæ. Harum figurarum areę factæ eandem rationem invicem habent, quam facti ab homologis terminis. Ut, $\frac{18}{8}$ ($2\frac{1}{4}$ subdupla est & sesquiquarta: quam eandem rationem custodiunt inter se facti homologorum terminorum; ut,



2 3 | $\frac{9}{4}$ ($2\frac{1}{4}$. Item: 4 6 | $\frac{36}{16}$ ($2\frac{1}{4}$.
$\frac{2}{4}$. $\frac{3}{9}$. | $\frac{4}{16}$. $\frac{6}{36}$ |

Solidorum, ut hic 60. & 480. ratio triplicatur, à triplici dimẽsione homologorum laterum: ut,



4. 4. 4—64. | 512 (8.
8. 8. 8—512. | 64 .

Sic & é reliquorum homologorum laterũ solidâ multiplicatione, factorumq; divisione per factorum alterum, quotiens semper octuplam rationem proferet: ut,

$\frac{3}{6}$: $\frac{3}{6}$: $\frac{3}{6}$—$\frac{27}{216}$: | $\frac{216}{27}$ (8. Item: $\frac{5}{10}$: $\frac{5}{10}$: $\frac{5}{10}$—$\frac{125}{1000}$: | $\frac{1000}{125}$ (8.

Sequitur de Medio proportionali. Inter duas figuras planas similes (ubi duplicata est ratio seu dimensio terminorum) una est media proportionalis: inter duas solidas, duæ. Ut in dictis planis, inter 8. & 18. interest unus numerus proportionalis, qui efficitur á mediis vel extremis similium figurarum lateribus: verbi gratiâ, 12. é 2. & 6, vel é 3. & 4. medius inter 8. & 18. Termini sic sunt: 2. 4. 3. 6.

In solidis autẽ, quia triplicata est ratio, duplex interest proportionalis. Sic 30. & 240. sunt in octupla ratione: itemq; latera eorum, 3. & 6. triplicata: $\frac{3}{6}$: $\frac{3}{6}$: $\frac{3}{6}$—$\frac{27}{216}$: | $\frac{216}{27}$ (8.

Media autem proportione æquationis ordinatæ fiunt. Duorum namq; illorum ſolidorum, 30. & 240, latera, ſecundúm æquationem ordinatam, proportionalia ſunt hæc: $\frac{5}{10}$: $\frac{2}{4}$: $\frac{3}{8}$ ſolidus nunc, factus é lateribus, ſecũdo, tertio, quarto, ſcilicet é 2.3.10. erit primus medius: factus autem é tertio, quarto & quinto, ſive é 3.10.4 erit ſecundus.

Aurum puriſſimum & pretioſiſſimum harum regularum emicat in Comparatione figurarum ſimilium. Similitudo ſiquidem hæc nó modó eſt figurarum primarum & á primis multiplicium; ſed omnes reſpicit, quibus ineſt æqualitas angulorum, & proportio crurum. E. 21.d.7.& 1.d.6.& 10.d.3.& 7.8.20.d.11. R.15.e.4.

Caput V.

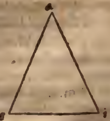
De communibus Figurarum affectionibus dixiſti hactenus: quæ nunc cuilibet figuræ ſpeciatim conveniant, monſtrari mihi cupio?

INter figuras rectilineas primatum ſibi vendicant Triangula: quorum in metiendo præcipué obſervamus, tum Latera, quib. conſtant; tum Angulos, qui illis inſunt: illorum tam Rationes quam Proportiones; & in unoquoq; Triangulo ſeparatim, & in pluribus conjunctim & comparaté, explicando.

PROPOSITIO I.

De Ratione Laterum dati alicujus Trianguli.

In omni Triangulo duó qualibet latera ſimul ſumta ſunt majora tertio. E.2.p.1. R.7.e.61.



Eſto triangulum *aei*. Dico, lateribus *ae* & *ei*, verbi gratiâ, ſimul ſumtis, brevius eſſe latus *ai*: quia, per Conſect. Archim. definit. rectæ lineæ, *ai* linea intra eoſdem terminos *a* & *i* erit breviſſima: & per conſ. *ae* & *ei* ſimul ſumta erunt majora.

PRO-

PROPOSITIO II.

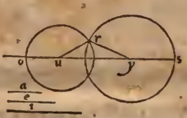
De fabrica Triangulorum quorumlibet.

Si tres ſint rectæ, quarum duæ qualibet ſint majores reliquâ, peripheriaq́; á terminis unius, intervallis reliquarum, concurrant; radii á concurſu ad dictos terminos conſtituent triangulum, laterum datis rectis æqualium.

Vel ſic:

Si tres ſint rectæ, quarũ duæ qualibet majores reliquâ, & earum termini in recta quadam infinita continué notentur, & ſecundúm extremorum ſpatiorum intervalla, á terminis mediæ, peripheriæ deſcribantur; radii á concurſu peripheriarum, ad dictos intermedia terminos, conſtituent triangulum laterum datis rectis æqualium. E.22.p.1. R.1. conſ.7.e.6.

Ut, optetur Triangulum é tribus rectis, *a, e, i*: & recta infinita ſit *o i*, in qua tres notentur continué æquales datis, *o u*, *u y*, & *y s*. ſi nunc é terminis *u* & *y* intermediæ, intervallis veró *o u* & *y s* extremarum, peripherias in puncto *r* concurrentes deſcripſeris; radii ab eorum concurſu ad terminos *u* & *y* conſtituent Triangulum *u r y*, æqualium laterum datis rectis. Erunt enim æquales radii *u o* & *u r*, itemque *y r* & *y s* intermedia per ſe remanet. Concluſio abſolvitur Ax.congr.1.

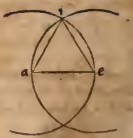


PROPOSITIO III.

De fabrica Trianguli æquilateri.

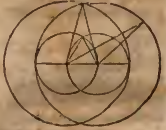
Si duæ peripheriæ æquales, á terminis datæ rectæ, eiuſq́; intervallo, concurrant; rectæ á concurſu ad dictos terminos conſtituent triangulũ æquilaterum ſuper datam. E.1.p.1. R.2.conſ.7.e.6.

Ut hic, ſuper *a e* triangulum conſtituitur æquilaterum *a e i*: & demonſt. ut præcedens, ab æqualitate radiorum æqualium in peripheriis æqualibus.



Similiter inſtitui poteſt fabrica Iſoſcelis, é communi radio, non æquante datam rectam: Scaleni item, é tribus inæqualibus radiis.

Ut hic patet:

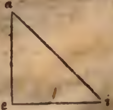


PROPOSITIO IV.

De fabrica Trianguli rectanguli.

Si duæ perpendiculares rectâ quadam connectantur, conſtituent triangulum rectangulum. R. 1. conſ. 2. c. 8.

Demonſtratio eſt ex definitione Trianguli rectanguli. Ut hîc:

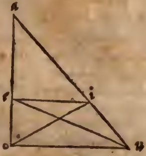


PROPOSITIO V.

De Proportione ſegmentorum Laterum dati trianguli.

Si recta in triangulo eſt parallela baſi, ſecat crura poportionaliter. Et contrà.

contrá. E.2.p.6.& 17.p.11. fundamentum est 4.5.6.7.8.9.10.11.
& 12.p.6. R.13.e.5.& 8.e.6.



Ut, in Triangulo *aou*, basi *ou* sit parallela *ei*. Dico, crura *ao* & *au* secta esse per *ei* lineam proportionaliter, ita ut *oe* sit ad *ea*, sicut *ui* ad *ia*; & alterné, ut *oe* ad *ui*, sic *ea* ad *ia*.

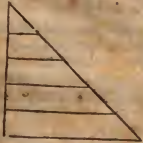
Demonst. procedit á communi proprietate figurarum primarum æqué-altarum, quam habent á basium inter se rationibus, ex cap.4. Ab *i* etenim in *o*, & ab *e* in *u* ducantur rectæ: fientque triangula *eoi* & *eia* æqualis altitudinis: erunt proin inter se ut bases *oe* & *ea*. Similiter cûm *uei* & *iea* sint quoque duo triangula æqué-alta inter se & cum priorib. duobus; erunt & illa inter se ut bases. Atqui eandem inter se rationem habentia esse proportionalia, demonstrant elementa Arith. é 7. p.5. Ergo ut trianguli *eoi* basis sive segmentum *oe*, ad basin seu segmentum *ea*; sic *ui* ad *ia* segmentum reliquum. Termini igitur alterni erunt quoque proportionales; é communi affectione quatuor terminorum proportionalium: nempe, ut *oe* ad *ui*, sic *ea* ad *ia*.

Si triangula pluribus rectis paralle'is intersecantur; intersegmenta erunt proportionalia. E.2.p.6.& 17.p.11. R.13.e.5.

Confect. est præcedentis. Ut hic:







Et hæc de Geometria Triangulorum, ex comparatione Laterum.

Quásnam veró Triangulis angulorum ratione proprias affectiones inesse statuis?

PRO-

PROPOSITIO VII.

In omni triangulo tres anguli simul sumpti sunt duobus rectis æquales. E.32.p.1.R.9.e.6.



Est primum inventum Pythagoreum. ut, in triangulo *a e i*, cujus basi *e i* sit parallela *u o*, angulus *u a e*, coalterno *a e i*, per 10 p.3.cap. est æqualis: similiter etiam *o a i*, coalterno *a i e* per eandem est æqualis: & relinquitur *e a i* cõmunis. Iam verò *u o* rectæ insistit *e a*: angulus igitur *u a e*, & *o a e* totus, æquales sunt duobus rectis, per 8.p.3.cap. sunt porrhò angulus *e a i* & *i a o* partes anguli *e a o* totius: ac proinde tres anguli hi, *u a e*, *e a i*, & *o a i*, duobus rectis æquantur. Itaque tres interiores simul sumti duobus quoq; rectis æquabuntur: quod erat demonstrandum.

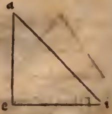
PROPOSITIO VIII.

In omni triangulo; duo quilibet anguli simul sumpti sunt duobus rectis minores. E.17.p.1.R.1.consf.9.e.6.

Est consect. præcedentis. Nam si tres duntaxat sunt duobus rectis æquales, duo proin sunt minores.

PROPOSITIO IX.

Si triangulum rectangulum est isosceles, uterq; angulus ad hypothenusam est dimidius recti. Et contrà. R.3.e.8.



Ut in triangulo *a e i*, angulus ad *e* rectus est: reliqui duo ad *a* & *i* æquales, per definit. trianguli isoscelis, unum rectum per præced.prop.7.constituentes. Uterque igitur dimidius sit recti necesse est.

PROPOSITIO X.

Si trianguli angulus quidam æquatur duobus reliquis, est rectus. Et contrà. E.31.p.3.R.1.consf.3.e.8.

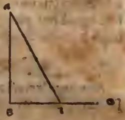
Consect.

Confect. ex præced. Talis namque angulus æquatur dimidio duorum rectorum.

PROPOSITIO XI.

Continuato quodam latere trianguli, exterior angulus duobus interioribus sibi oppositis est æqualis. E.32.p.1. R.2.conf.9.e.6.

Ut in triangulo *aei*, continuato latere *ei* in *o* usque, duo anguli deinceps positi, *aio* & *aie*, per 8. p.3. cap. æquantur duobus rectis; quibus itidem æquantur omnes tres interiores simul, per præced. 7. Ablato itaque communi angulo *aie*, exterior *aio* relinquetur æqualis duobus reliquis interioribus & oppositis ad *a* & *e*.



PROPOSITIO XII.

Cujuscunq; trianguli uno latere producto, externus angulus utrolibet interiore & opposito major est. E.16.p.1. R.3.conf.9.e.6.

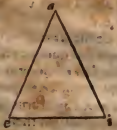
Vi præced. 11. Omne siquidem totum majus est suâ parte.

PROPOSITIO XIII.

Triangulorum isosceliums anguli ad basin sunt inter se æquales. Et contrà. E.5.6.p.1. R.10.e.6.

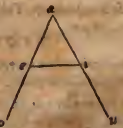
Hæc propter anxietatem demonstrandi, juxta Campanum, Fuga miserorum in scholis appellata fuit: cúm tamen veritas illius satis é 9. præceden. patère possit.

Demonstratur item facilé ex 2.p.3. cap. si angulus angulo æquicrurus æquatur basi, est æqualis. Crura siquidem *ae* & *ei* sunt æqualia cruribus *ai* & *ie*; quibus æquales bases ex thesi subtenduntur *ai* & *ae*. Angulus itaque *aei* æqualiter angulo *aie*.



PROPOSITIO XIV.

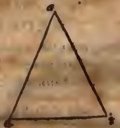
Si trianguli isoscelis crura continuentur, anguli quoq; infra basin sunt æquales. E.5.p.1. R.1.conf.10.e.6.



Ut hîc. Anguli namq; *aei* & *ieo* æquantur duobus rectis; itemq; *aie* & *eiu* duobus rectis æquantur, per 8. p. 3.c. Igitur & inter se æquantur. Detractis nunc interioribus æqualibus per præced. ad basin, exteriores infra basin æquales relinquuntur.

PROPOSITIO XV.

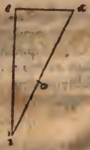
Si triangulum est æquilaterum, est quoq; æquiangulum. Et contra. R.2.cons.10.e.6.



Triangulum namque *aei*, quoquo modo consideratũ, semper ad basin erit æquiangulum, per 13. p. præced. Et quia quodlibet latus basis esse potest, erit proin æquiangulum.

PROPOSITIO XVI.

In quocunq; triangulo, majori angulo majus quoq; latus subtenditur: & majori lateri vicissim major angulus opponitur. E. 18.19.p.1. R. 11,e.6.

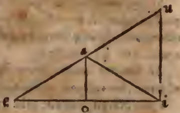


Ut hîc, *ai* majus esto latus quàm *ae*; major quoque erit angulus ad *e*, quàm ad *i*. Secetur namque ex *ai* æqualis ipsi *ae*, sitque *io*, tùm angulus *aei*, æquicrurus angulo *oie*, major erit basi per thesin, ideoque major, per 4. prop. 3. cap. Sic quoque conversa patet: ut *aei* angulus sit major angulo *aie*: itaq; per eandem 4.p.3.c. major est basi.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Si recta in triangulo bisecat angulum, eademq; secat basin; tunc segmenta basis eandem rationem obtinebunt, quam reliqua trianguli latera. Et contrà. E.3.p.6. R.12.e.6.



Ut, esto triangulum *aei*, & bisectus sit angulus *eai* per rectam *ao*. Dico, ut *ea* est ad *ai*, sic *eo* esse ad *oi*. Erigatur enim parallela *iu*, per 11. p. 3. c. ipsi *oa*, & producatur *ea* in *u*. Hic per 5.p. 3.c. ut est *ea* ad *au*, sic *eo* ad *oi*. sed *au* æquatur ipsi *ai*, per convers. 13. præced. angulus namq; *uia* æquatur angulo coalterno *oai*, per 10.p.3.c. & per thesin angulo æquali *oae*, qui per eandem 10.p. 3.c. æquatur interiori angulo sibi opposito *aui*; & per conclusum æquali *uia*. Itaque per 13. p. præced. *au* & *ai* æquantur. Ergo ut *ea* ad *ai*, sic *eo* ad *oi*.

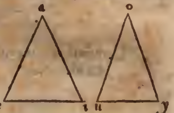
Conversa similiter demonstratur. Nam ut *ea* ad *ai*, sic *eo* ad *oi*; & sic *ea* ad *au*, per 5.p. 5.c. Itaque *ai* & *au* æquantur: itemque anguli *eao* & *oai* æquantur angulis ad *u* & *i*, per 10. p. 3.c. æqualibus inter se, per 13. præced.

Atque ista de uniuscujusque per se trianguli ratione, in lateribus & angulis ipsius.

Quód-si autem duo pluráve triangula inter se comparentur; quam in illis rationem sive proportionem observari putas?

PROPOSITIO XVIII.

Triangula æquilatera sunt æquiangula, & inter se æqualia. E.4.8. 26.p.1. R.1.2.e.7.



E ratione æqualitatis laterũ, æqualitas angulorum inducitur. Ut hîc: latera *ae* & *ei*, æqualia sunt lateribus *ou* & *uy*; latera item *ai* & *ie*, lateribus *oy* & *yu* æqualia. Cúm igitur basis *ai* æquetur basi *oy*, angulus quoq; *e* æquabitur angulo *u*. Et sic consequenter de reliquis concludere licet.

Demonſtr. eſt é principio Congr. é 2.p.3.c. per inductionem angulorum ſingulorum; per æqualitatem laterum, ut ſuprá 15.p.

PROPOSITIO XIX.

Si duorum triangulorum unum duo latera duobus lateribus alterius æqualia habuerit, angulúsq; unius angulo alterius ſub æqualibus illis lateribus contentus æquetur; tum baſis baſi, & reliqui anguli reliquis angulis æquantur. Et contrá:

Si duorum triangulorum duo anguli unius æquentur duobus angulis alterius; túm reliquus reliquo æquabitur.

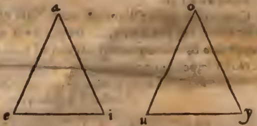
Conſect. eſt præcedentis: ut ex eadem patet figura.

PROPOSITIO XX.

Si triangulum triangulo æquicrurum eſt majus baſi, eſt quoque majus angulo. Et contrá. E.24.25.p.1. R.4.e.7.

Ut hîc, *ea* & *ai*, æquantur *uo* & *oy*: *ei* veró major ex theſi quam *uy*. Ergo angulus *a* major erit angulo *o*.

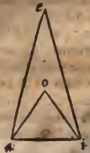
Demonſtr. ex 4.p. 3.cap.



PROPOSITIO XXI.

Si triangulum triangulo in eadem baſi eſt minus interioribus cruribus; eſt majus angulo crurum exterioris. E.21.p.1. R.5.e.7.

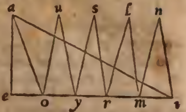
Demonſt. ex 5.p. cap.3. Ut hîc vides:



PRO-

PROPOSITIO XXII.

Triangula æqué-alta sunt ut bases illorum. E.1.p.6.R.6.e.7.



Ut hic vides triangulum *aei* æquari triangulis *aeo*, *uoy*, *syr*, *lrm*, *nmi*. Quemadmodum enim basis *ei*, trianguli *aei*, quintuplo major est basi *eo*, trianguli *eao*: sic etiam triangulum *eai* quintuplo majus erit triangulo *eao*. Item, ut basis trianguli *oai* est quatruplo major basi trianguli *eao*: sic & triangulum *oai* quatruplo majus est.

Demonstr. pendet á communi proprietate figurarum primatum æqué-altarum.

PROPOSITIO XXIII.

Triangula in basi æquali sunt æqualia. R.1. conf.6.e.7.

Consect. est præcedentis: ut in eadem figura patet.

PROPOSITIO XXIV.

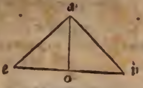
Si triangula sunt æqualia, sunt quoque reciproca, sive reciprocé proportionalia, cruribus æqualis anguli. Et contrá. E.15.p.6. R.8.e.7.



Ut hic vides *eoi* & *oeu* triangula æqué-alta æquâ basi. Quód-si auferas *eao* commune triangulum, relinquentur *eai* & *oau*, reliqua duo inter se quoq; æqualia: in quibus anguli ad *a* verticales, per 9.p.3.c. æquales sunt. Ergo ut *ia* ad *ao*, sic *ua* ad *ae* erit.

PROPOSITIO XXV.

Si recta á vertice trianguli bisecat basin, bisecat quoq; triangulum; & diameter est trianguli. R.2.c.6.e.7.



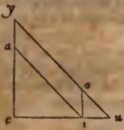
Ut hic vides. Bisegmenta enim sunt triangula æqué-alta, nempe cómunis verticis intra easdé quasi parallelas; & in basi-

bus æqualibus. Ergo æqualia inter se. Recta proin *ao* est diameter, quia per centrum agitur.

PROPOSITIO XXVI.

Si triangula sunt æquiangula seu similia; sunt cruribus homologis proportionalia. Et contrà. E.4.5.6.& 7.pp.6. R.9.10.12.e.7.

E ratione angulorum nunc proportio crurum colligitur & econtrà. Ut, sunto triangula *aei* & *yeu* & *oiu*, æquiangula & similia; ita ut *ai* sit parallela *yu*, & *oi* parallela *ye*, per 11.p. 3.cap. Angulus igitur *eai* exterior quasi interiori *eyu* sibi opposito æqualis est: & si æqualis, ergo *ai* & *yu* sunt parallelæ, per 10.p. 3.cap. Et quoniam *ai* est parallela basi *yu*; per 5.p. 5.cap. segmenta crurum sunt inter se proportionalia, ita ut



ui ad *ie*, sic *ya* ad *ae*: item, ut *ae* ad *ei*, sic *ye* ad *eu*. Eadem enim semper est ratio totius homologi ad totum, quæ partis ad partem, per 15.p.5. Eucl.

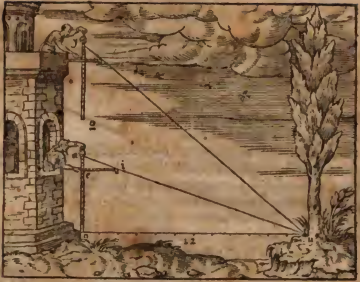
Item, sunto triangula *yeu* & *oiu* similia, & angulus *yeu* ex thesi æqualis *oiu*: ergo *oi* quoque parallela est basi *ye*, per convers. 10.p. 3.c. Itaque per 5.p.5.c crura binorum triangulorum homologa inter se sunt proportionalia: ita ut *ye* ad *eu*, sic *oi* ad *iu*: &, ut *ui* ad *uo*, sic *ue* ad *uy*; ut item *ui* ad *io*, sic *ue* ad *ey*: &, ut *ui* ad *ue*, sic *io* ad *ey*. Termini siquidem quatuor proportionales, & directè, & inversè, & alternè sumti, proportionales manent.

Magisterium Geodæsiæ peperit Theorema hoc in Triangulo rectangulo: per instrumenta namq; geodætica, triangulum rectangulum repræsentantia, è triangulorum similitudine, quæ in res mensurandas diriguntur, crura redduntur proportionalia.

In Radio geometrico res omni difficultate caret.

Ut, si data sit longitudo *ou* mensuranda, adhibito Radio; ut est *ye* ad *ei*, sic *yo* ad *ou*: vel, ut est *ae* ad *ei*, sic *ao* ad *ou*.

Sit item

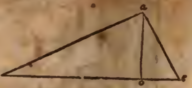


Sit item altitudo menſuranda *ou*: hic ut *ae* ad *ei*, ſic *ao* ad *ou*: vel alterné, ut *ae* ad *ao*, ſic *ei* ad *ou*, &c.



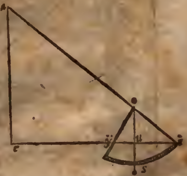
PROPOSITIO XXVII.

Si in triangulo rectangulo é recto angulo in hypothenusam perpendicularis ducatur, facit triangula similia toti & inter se. E.8.p.6. R.4.e.8.



Ut in triangulo rectangulo *aei*, perpendicularis *ao* facit duo triangula, *aoe* & *aoi*, similia toti & inter se: quia ipsi toti secundùm homologos angulos æquiangula, & proin cruribus quoque homologis proportionalia sunt, per præced.26. Ita triangulum *aqi* simile erit *eai*, itidemq; *aoe* simile *eai*, toti sc. triangulo. Cúm enim recti anguli, á perpendiculari *ao* facti, utrinque in *aoe* & *aoi* sint æquales recto *eai* ex thesi data; & uterque in *i* & *e* communis cum toto, (nam si triangulum *aeo* sumas, tunc *e* angulus communis est cum triangulo *aei*: sin triangulum *aio* intelligas, *i* angulus communis est cum *aie*) reliquus igitur *iao*, reliquo *eao*, per convers. 19. p.5.c. æquabitur. Et per cons. si æquiangula sunt, erunt quoque similia; per defin. figurarum similium: & per præced.26. termini triangulorum similium homologi proportionales inter se sunt.

Et quemadmodum præcedens Theorema usum Radii geometrici introduxit: ita hoc Quadrantis usum invenit.

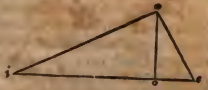


Ut hic habes triangula *aei*, *oyi*, *oui*, & *ouy*, similia totis & inter se, per hanc & præced. ac proin proportionalia cruribus homologis. Si ergo ponatur altitudo *ea* mensuranda; ut erit *iu* (vel, quod idem est, *is*) ad *uo* (vel *so*) sic *ie* ad *ea* quæsitam altitudinem. Sicut enim 70. gradus peripheriæ *is* (totus namque quadrans circuli 90. continet gradus: & semidiameter ejus *oi*, vel *os*, 60.gr.) se habent ad 60: ita se habebit *ie* longitudo ad *ea* altitudinem. Si itaq; 70.gr. dant 6.pedes: 60 gr. dabunt 5⅐ ped. quæsitam videl. altitudinem.

PRO-

PROPOSITIO XXVIII.

Perpendicularis in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin, est proportionalis, sive proportionale medium, inter segmenta basis: Et crus utrumlibet est proportionale medium, inter basin & basis segmentum conterminum ipsi cruri: Et segmenta basis erunt proportionalia cruribus. E. 11.12.&13.*p.6.* R.1.2. conf. 4.c.8.



1. Ut *i o* ad *o a*, sic *o a* ad *o e*. Crura namque *a o* & *o i* angulũ æqualem comprehendunt angulo crurum *o a* & *o e*, per 7.p. 3.c. Ergo per præced. 26. æqualium angulorum crura in triangulis similibus sunt proportionalia. Hinc Platonis mesographus inventus, tertii videl. lateris continué proportionalis.

2. Ut etiam *e i* basis majoris trianguli, ad *i a* crus alterum trianguli majoris (quod est basis minoris) sic *a i* ad *i o*, basis segmentum conterminum cruri *i a*. Et ut *i a* ad *e a*, sic *a e* ad *e o*: homologa enim sunt latera triangulorum similium, æquos angulos subtendentium, per primam communem affectionem figurarum similium.

3. In proportione quoq; disjuncta, ut *i o* ad *i a*; sic *o e* ad *e a*, per præcedentem 17.p. Et sic quartam proportionalem é tribus reliquis prosilientem deprehendere licebit.

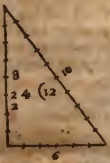
Hactenus Triangulorum rationes & proportiones, in eorundem lateribus & angulis, tam per se, quám inter se consideratis, percepi: nunc quomodo eorundem areas sive spatia investigare liceat, intelligere velim?

Recté hoc mones, ad Triangulorum geometriam perficiendam. Ut enim ex Triangulis reliquæ figuræ, ut triangulata, constent; ex illorũ quoque geometria hæ mensuras suas capiunt. Ramus porrhó, lib. 12.el. 3.5. 8.9.10. *item* lib. 14.el. 8.9.10.12. *Trianguli, & inde omnis triangulati, multanguli ordinati & inordinati, geodæsia duobus modis absolvi tradit: quorum unus est generalis, alter specialis.*

Priorem illum modum explica.

Generalis cujuscunq; trianguli geodæsia modus est apud Heronem; perficiturq; laterum additione, dimidiatione, subductione, multiplicatione, & quadrati lateris sive radicis inventione: juxta sequens Theorema.

Si dati trianguli latera sigillatim inventa colligantur; & ab hujus collecti dimidio latera singula subducantur: latus continuè facti é dato dimidio & reliquis, erit area trianguli.

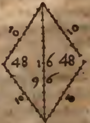


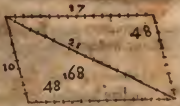
Latera hujus triãguli collecta sunt 24. part. harum dimidium sunt 12. à quo duodenario subductis sigillatim lateribus, 6. 8. 10. remanent, 6. 4. 2. fiant jam continuè, primùm é 12. & 6. 72. secundò é 72. & 4. 288. tertiò, é 288. & 2. 576. Hujus continuè facti, 576. extractũ latus seu radix constituit aream seu capacitaté totius trianguli, 24.

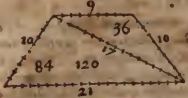
Demonstrationis ratio est in fine Scholarũ Mathemat. Rami.

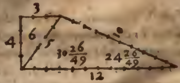
Et Geodæsia hæc generalis facillima est expeditissimaque, si latera numero integro numerentur.

Atq; ita etiam mensurantur Triangulata, ut Rhõbi, Rhomboides, Trapezia, Multangula, &c. si priùs in sua Triangula fuerint resoluta.

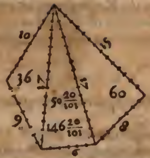








Brevi-

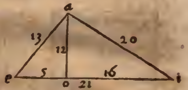


Breviter etiam posteriorem modum declara?

Alter hic modus geodesiæ trianguli, est specialis, é trianguli rectanguli natura: ex E.34.& 41.p.1.& 1.d.2. *trianguli item obliquanguli*; ex E.12.& 13.p.2.& R.5.e.13. ejusq; consect. & 8.e.13. *si ex eo fiant triangula rectangula, ut par est: tali Theoremate.*

Si duo trianguli latera contermina, angulum rectum comprehendentia, separatim sive conjunctim, in latus angulos utrinque rectos faciens ducantur; & facti sumatur dimidium: illud constituet aream trianguli rectanguli.

Ut, triangulum esto *aei* obliquangulum, quod in duo triangula rectangula, perpendiculari *ao*, 12.partium, reducatur. Hujus conterminale latus unum sit 16. alterū 5.part. Latera hæc duo in 12.ducta, faciunt 192.& 60.quę conjunctim constituunt 252. hujus dimidium 126. erit area amborum triangulorum rectangulorum; totius veró obliquanguli *aei*.



Quód-si latera totius trianguli, 13.20.21. colligantur, & operatio instituatur secundúm prius Theorema, res eôdem redibit. Dimidius namque collecti erit 27. á quo subducta, 13.20.21. reliqua erunt, 14.7.6. Ductus continuus facit 15876. cujus latus extractum 126. area est trianguli.

NOTA.

Si trianguli rectanguli basis cum altitudine rationali seu symmetrâ multiplicetur, factiq; sumatur dimidium; semper area dati trianguli

obvia erit. Sin irrationales & asymmetra fuerint inter se basis & altitudo, tunc (quia reductioni huic obliquanguli ad rectangula sæpe multæ fraudes accidunt) satius & facilius erit priori & generaliori modo rem perficere.

Caput VI.

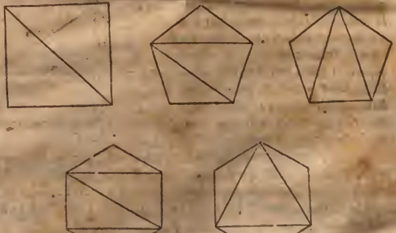
De Geometria Triangulati.

Absolutâ Triangulorum geometriâ; quæ Triangulatorum, Quadrangulorum & Multangulorum, sit consideratio instituenda, brevibus edoceto?

PROPOSITIO I.

Cujuscunq; triangulati latera sunt binario plura triangulis, é quibus constat. R.1.c.1.e.10.

Hoc inductione patet facilé. Sic Quadranguli latera sunt quatuor; triangula duo: Quinquanguli latera quinque; triangula tria: Sexanguli latera sex; triangula quatuor. Et sic deinceps:



PRO-

PROPOSITIO II.

De Parallelogrammi judicio.

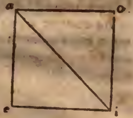
Si duæ lineæ rectæ æquales parallelas eâdem parte contermineret, constituent Parallelogrammum. E.33.p.1. R.1.c.6. e.10.



Erunt enim & ipsæ æquales & parallelæ, per definitionem Parallelogrammi.

PROPOSITIO III.

Parallelogramma æquantur oppositis, & lateribus, & angulis, & segmentis á diametro factis. E.34.p.1. R.2.c.6.e.10.



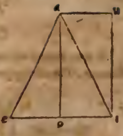
1. Ut *ae* & *io* opposita latera æquantur, ex definitione & constructione Parallelogrammi, quód duæ rectæ conterminant æquales parallelas παραλλήλως: sic & *ei* & *ao* eâdem ratione æquantur.

2. Angulorum oppositorum æqualitatem ostendit diagonius *ai*: facit enim triangula *aei* & *ioa* æquilatera, per primam partem hujus; ideoque æquiangula, per 18. p.5.c. Et sic *eao* angulus æquabitur opposito *eio*.

3. Parallelogrammum esse bisectum á diametro *ai*, constat: quia particulares anguli ad *a* & *i* coalterni, per 10.p.3.c. sunt æquales, & *e* angulus opposito sibi *o* æqualis, ex secunda parte hujus: totus igitur *aei* toti *aoi* æquatur, per 19.p.5.cap. vel 2.p.3.c.

PROPOSITIO IV.

Parallelogrammum est duplum trianguli, basi & altitudine æqualis. E.41.p.1. R.4.c.6.e.10.

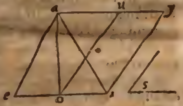


Demonstratio peti posset é communi affectione figurarum primarum & æqué-multiplicium à primis æqué-altarum. Quod sic patet. Parallelogrammum *aoiu* bisectum est à diametro *ai*, in duo triãgula æqualia, per præced. æqualium basium & altitudinis, ex 23. p. 5.c. Atque sic Parallelogrammum *aoiu* duplum est ad quodlibet horum triangulorum, basi & altitudine æqualium.

PROPOSITIO V.

Si parallelogrammum dimidiam partem trianguli habuerit, tùm æquale erit parallelogrammum triangulo in iisdem parallelis. E.42. p.1. R.5.c.6.e.10.

Ut in præcedenti figura patet. Triangulo enim *aei* æquatur parallelogrammum *aoiu*: quia dimidium parallelogrammi, sc. *aui* triangulum, æquatur triangulo *aoi*, reliquo dimidio; cui etiam per 25. p.5.c. æquatur *aoe*. Totum igitur *aei* triangulum, toti *aoiu* parallelogrammo æquabitur.



Ita quoque *aeiy* parallelogrammum erit duplum trianguli *aei*: & *uoiy* parallelogrammum æquale *aei* triangulo; huicque in angulo *uoi* æquatur, dato angulo in *s*.

PROPOSITIO VI.

Parallelogramma equé-alta sunt ut bases illorum. E.1.p 6. R.13. e.10.



E cõmuni affectione figurarũ primarũ & æqué-multipliciũ a primis æqué-altarum. Sunt enim dupla triangulorum parallelogramma, ut figurarum primarum.

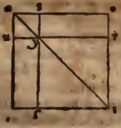
PROPOSITIO VII.

Parallelogramma æqué-alta, sive in iisdem parallelis, æqualiũ basium, sunt æqualia. E.35.36.p.1. R.c.13.e.10.

Ut patet in præcedente figura, in qua bases sunt æquales. Quód si basis major foret, majus quoque parallelogrammum: sin minor, minus. Consect. præcedentis.

PROPOSITIO VIII.

In omni parallelogrammo, Diagonalia sunt similia, similiterq́ sita, toti, & inter se: Complementa quoq; æqualia inter se. E.24.p.6. & 43.p.1. R.9.11.e.10.



Similitudo hîc parallelogrammi cum suis diagonalibus spectanda datur; æqualitas scil. angulorum, & per consf. proportio crurum, é communi affectione figurarum similium. Ut in *aeio* parallelogrammo; cui diagonalia & particularia parallelogramma, *auys* & *ylsr*, similia similiterque sita sunt. Angulus enim ad *a* communis est, eique æqualis oppositus ad *y*, per præced. 3. p. cui etiam per 9.p.3.c. verticalis *lyr* æqualis; & huic *lsr* oppositus per præced. 3. æqualis. Cumque in *ao* & *ur* parallelas cadat *ae*, erit *auy*, per 10. p.3.c. æqualis *aei*: ita etiam *asy* æqualis est *aoi*. Diagonale igitur *asuy* simile est toti *aeio*.

2. Cúm *lyr* verticalis *uys* sit æqualis, ut etiam *eao*, & ad *i* sit communis; item *yls* exterior interiori *aei* sibi opposito per 10.p.3. c. æquetur, itemque *yri* æqualis *aoi*. Erit proin diagonale quoque alterum simile similiterque situm toti.

3. Cúm ambo diagonalia uni & eidem sint similia; erunt itaque etiam inter se similia similiterque sita.

4. Et cúm *aeio* parallelogrammum diametro *ai* in diametra, per 3. præced. secetur æqualia; eatenus sic quoque bina complementa æquabuntur. Aufer namque bis bina triangula æqualia á toto parallelogrammo; & relinques *soyr* & *ueyl* complementa inter se æqualia.

PRO-

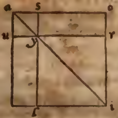
PROPOSITIO IX.

Parallelogrammum æquatur suis diagonalibus & complementis; partibus sc. totum constituentibus. R.3.c.11.e.10.

Demonstr. est é consect. definitionis Parallelogrammi: ut in eadem patet figura.

PROPOSITIO X.

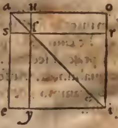
Parallelogramma æqualia, vel etiam similia, sunt reciprocé proportionalia cruribus æqualis anguli. Et contrà. E.14.15.p.6. R.14.e.10.



Deducitur ex 24.p.5.c. Ut, *oy* & *ye* parallelogrammorum, per præced. æqualium & æquiangulorum, latera reciproca quoque sunt proportionalia. Sicuti enim se habet *ry* ad *yu*, ita se habebit *ly* ad *ys*: sive, ut *uy* ad *yr*, sic *sy* ad *yl*. Eandem enim ad idem rationem habentia, inter se sunt æqualia vel similia; ac proin proportionalia: per ax.congr. & 7.p.5.E. Sicut enim se habet *oy* ad *su* parallelogrammum, ita *ye* ad *eus* sunt enim parallelogramma æquéalta, proindeque ut bases. Ut igitur *ry* ad *yu*, sic *ly* ad *ys*. Eadem namque semper est ratio totius ad totum, quæ partis ad partem, per 15.p.5.E.

PROPOSITIO XI.

Si quatuor rectæ sunt proportionales, parallelogrammum rectangulum mediarum æquatur æquiangulo extremarum. Et contrà. E.16.p.6.& 19.p.7.R.1.c.14.e.10.& 5.c.11.



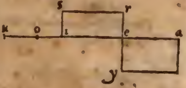
Fundamentum Aureæ regulæ Arith. delitescit hîc.

Ut, reciprocé primó ponatur *sl*, 2. partiū; secundó *lr*, 4.part. tertió, *ul*, 3. part. & quartó *ly*, 6. part. Ex ductu secundi termini in tertium, scil. 4. in 3. fiunt 12. Idem numerus fit ex ductu primi termini in quartum, sc. 2. in 6. In numeris manifesta est ratio. Si enim fa-

ctus

ctus á mediis æquetur facto ab extremis, numeri sunt proportionales; per 19.p.7.E.

Ut hic, sunt quatuor proportionales, *ae, ei, io, ou*. Esto factum rectangulum *ay* ab extremis, æquum rectangulo *es* á mediis facto: ita ut *uo* sit 4. *oi*, 2. *ie*, 6. & *ea*, 3. part. Factus á 2. & 6. nempe 12. æquabitur facto á 4. & 3. itidem 12.



Demonstratio prodit é cõmuni proprietate basium in figuris primis vel æqué-multiplicibus á primis, æqué-altis, & á proprietate similium inter se. E ductu namque bis binarum linearum in se, fiunt rectangula parallelogramma duo, æqualia vel similia inter se, ac proinde proportionalia terminis reciprocé sumtis, per præced. qui termini etiam directim positi proportionales sunt. E.16.d.5.& 13.p.7. Facti proin eorum ab intermediis & ab extremis inter se æquantur.

PROPOSITIO XII.

Si tres rectæ sint continué proportionales, quadratum mediæ æquatur rectangulo extremarum. Et contrá. E.17. p.6. & 20. p.7. R.2. c.14. c.10. & 4. c.12.

Ut hîc, sit *ae*, 2. part. *ei*, 4. *io* veró 8. si primó ducatur *ei* in seipsum, $\begin{array}{c}4\\4\\\hline 16.\end{array}$ dein *ae* in *io*, $\begin{array}{c}8\\2\\\hline 16.\end{array}$ æquabuntur facta.

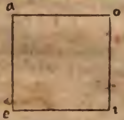


PROPOSITIO XIII.

Si duæ contermina perpendiculares æquales claudantur parallelis, constituent Quadratum. E.46.p.1.R.3.c.2. c.12.

Ut hic, in *aeio*, perpendiculares *ae* & *ei* æquales, claudantur parallelis, *ao* contra *ei*, & *oi* contra *ae*; & constituent quadratum. Quadratus namque fit á numero sive termino in seipsum ducto.

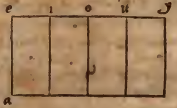
Demonstr. é defin. Quadrati Consect.



Latera namque ejus sunt & parallela & perpendicularia: proin æquilatera & rectangula.

PROPOSITIO XIV.

Parallelogrammum rectangulum á duabus rectis factum, æquatur rectangulis, ex ipsius uno latere & reliqui segmentis, factis. E.1.2.3.p.2. R.4.e.11.



Multiplicationi Arith. inservit hoc.

Ut hîc, rectangula quatuor particularia toti æquantur, quæ fiunt ex *ae* uno ipsius latere, & segmentis reliqui, *ei, io, ou*, & *uy*. Cujus demonstr. é congruentia est: quia totum partibus congruit. Eadem ratio in numeris est clarior, ex inductione partium. Ut, *a e* sit 4. & *e y* 8. part. quater octona sunt 32. rectangulum scilicet a duabus, *a e* & *ey*, factum. Quód-si latus alterum, scilicet 8. partium, secetur in quatuor partes æquales, quarum quælibet sit duarum partium de 8. partibus lateris *ey*: sic bis quaterna faciunt 8. quæ quater repetita factum collectum iterum proferunt, 32. Itaque si duorum numerorum alterin quotlibet partes secetur, factus á totis æquatur factis é toto in singulas partes: idem enim est, numerare per partes, & per totum.

PROPOSITIO XV.

Si latus trianguli subtendit rectum angulum, quadratum subtensæ æquale erit quadratis crurum anguli recti. Et contrà. E.47.48.p.1.& 31.p.6. R.5.e.12.

Pythagoram Musis hecatomben immolâsse, pro hujus inventione, refert Apollodorus apud Laërtium lib. 8.

Aliquando rationale est hoc Theorema, numeroque explicabile; sed in triangulo vario tantúm: ut hîc vides.

Nam

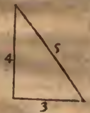


Nam trianguli rectanguli æquicruri latera sunt irrationalia: varii autem, quandoque rationalia; & quidem modo duplici: altero Pythagoræ, altero Platonis. Ut autor est Proclus, ad 47. p. 1. E.

Pythagorea ratio sic est, ex impari numero:

Si quadratus imparis numeri, pro crure primo & minimo dati anguli recti, minuatur unitate: dimidius reliqui, erit crus alterum; auctus unitate, erit subtensa.

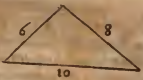
Ut in exemplo laterum, 3. 4. 5. Quadratus subtensæ est 25. æqualis quadratis 16. & 9. é cruribus 4. & 3. angulum rectum comprehendentibus. Itaque, si 3. imparis, pro crure anguli recti primó dati, quadratus 9. minuatur unitate, & fiant 8. dimidius hujus reliqui, scil. 4. erit crus alterũ; idémque ille dimidius, 4. unitate auctus, dat hypothenusam 5. partium.



Platonica veró ratio sic est, é numero pari:

Si dimidius paris numeri, pro crure primo & minimo dati, quadretur: quadratus minutus unitate, erit crus alterum; auctus unitate, erit hypothenusa.

Ut in exemplo laterum, 6. 8. 10. hypothenusæ 10. quadratus 100. æquatur quadratis 36. & 64. é cruribus 6. & 8. Itaque si 3. paris numeri, pro crure primo dati, dimidius, 3. quadretur, & fiant 9. hic unitate minutus, erit crus alterum, 8. auctus unitate, erit hypothenusa, 10.





Demonſtratio geometrica ſic inſtitui poteſt.

Eſto triangulum *a b c*, cujus angulus rectus ſit *a*. Quadratum igitur lateris *b c*, æquale erit quadratis laterū *a b* & *a c* ſimul ſumtis. Ducatur enim ex *a* linea *a l*, parallela ipſi *b d* & *c e*: itidemque ex *a* in *d* & *e* ducantur rectæ: atque ita ex *b* in *i*, & ex *c* in *f* rectę. Hic quia primó parallelogrammum *g b*, & triangulum *b f c*, in eadem baſi & iiſdē parallelis ſunt; erit parallelogrammum *g b* ad triangulum *b f c* duplum, per 4. præced. hujus cap. At triangulum *b f c* eſt æquale *b a d*, per 18. & 19. p. 5. c. quia *f b* & *b c* latera hujus, ſunt æqualia *a b* & *b d* lateribus illius; conſtat enim uterque ex angulo recto, & angulo *a b c* communi. Ergo & parallelogrammum *g b* erit duplum ad triangulum *a b d*. Jam parallelogrammum *b d l m* eſt duplum ad idem triangulum, per 4. præced. ut quæ ſunt in eadem baſi iisdemque parallelis. Ergo per conſect. 6. ax. congr. quadratum *g b* æquale eſt parallelogrammo *b d l m*.

Eodem modo, mediantibus triangulis *i b c* & *a e c*, probatur quadratum *h c* æquale parallelogrammo *c e l m*. Et inde totum quadratum *b c d e* æquale erit binis *g b* & *h c* quadratis.

Et cùm ſuprá, ad p. 26. c. 5. Triangulum rectangulum Magiſter Geodæſia dictum fuerit; illius magiſterio ex hac prop. iſta annecti poſſunt conſect. geometrica.

Cognitis per Geodæſiam quantitatibus duorum trianguli rectanguli laterum, tertium ſeu reliquum ita facilé inveſtigabitur.

1. *Si nota ſit quantitas perpendicularis atq; baſeos (duorū ſc. laterum angulum rectum comprehendentium) utriusq; lateris quadrata compone, & prodibit quadratum hypothenuſæ.*

2. *Si nota ſit perpendicularis & ſubtenſa; quadratum catheti ſeu perpendicu-*

pendicularis á quadrato subtensæ subducito, & remanebit quadratum baseos.

3. *Si nota fuerit subtensa & basis; similiter quadratum baseos á quadrato subtensæ aufer, & relinquetur quadratum perpendiculi.*

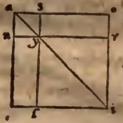
Quód-si postmodum quadrati hujusmodi inventi lateris quantitatem simplicem desideres; illius quadrati radicem extrahito, & prodibit quæsitum.

Ut in exemplo anté dicto, laterum 3. 4. 5. quadrata erunt, 9. 16. 25. Quód-si per Geodæsiam cognitæ essent magnitudines catheti & baseos, utriusque quadratis junctis fierent 25. quadratum scil. hypothenusæ; cujus radix 5. esset quantitas hypothenusæ. Et sic de cæteris.

PROPOSITIO XVI.

Si recta linea est secta in duo quantacunque segmenta; quadratum totius æquatur quadratis segmentorum, & duplici rectangulo ab utroque segmento comprehenso. E. 4. p. 2. R. 8. c. 12.

Artificium habet theorema hoc analyseos Quadrati & Cubi, sive extractionis radicis & lateris quadrati, in datis numeris rationalibus. Consect. esse potest 9 p. præced. Quia parallelogrammum æquatur suis diagonalibus & complementis.

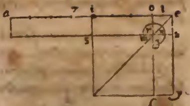


Ut in figura adjecta, *ay* & *yi* diagonalia sint quadrata segmentorum *as* & *so*; item complementa *oy* & *ye* rectangula sunt ex ducti æquali *as* & *so*. Sit exempli causâ secta *ao*, 6. partium, in 2. & 4. Quadratum totius *ao*, scil. 6. sunt 36: & quadrata é 2. & 4. sunt 4. & 16. duoque rectangula ab utroque segmento facta sunt, 8. & 8. Additis nunc, 4. 16. 8. 8. redditur totus 36. part.

PROPOSITIO XVII.

Si recta sit bisecta, secusque; oblongum inæqualium segmentorum, cum quadrato intersegmenti, æquatur quadrato bisegmenti. E. 5. p. 2. R. 6. c. 13.

Ut hic, recta *ae*, 8. partium, sit bisecta, in *ai*, 4. & *ie*, 4. partes; secúsque, in *ao*, 7. & *oe*, 1. partis. Oblongum ex 7. & 1. cum 9. qua-



drato interſegmenti *io*, 3. partium, ſcil. 16. æquatur 16. quadrato biſegmenti *ie*, 4. partium. Quod etiam geometricé patet in completo diagrammate. Nam *as* parallelogrammum ipſi *iu* parallelogrammo, per 6. p. hujus cap. æquatur; ideoque etiam per 7. hujus cap. ipſi *oy*. Jam complementis æqualibus commune eſt *ou*. Itaque ſi commune *ſo* addatur utrique, oblongrum *ar* æquabitur gnomoni *mny*. Quadratum autem interſegmenti, eſt *sl*. Quare oblongum ſegmentorũ inæqualium *ar*, cum quadrato interſegmenti *sl*, æquatur quadrato biſegmenti *iy*.

Atq; hac de ratione & comparatione Parallelogrammorum, inter ſe & cum triangulis, introductionis loco dicta ſufficiant.

Oſtende nunc etiam, quâ ratione triangulata reliqua menſurari ſoleant?

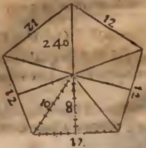
Triangulata quavis, tam Quadrangula, quàm Multangula (ordinata quidem faciliùs, difficiliùs inordinata) é ſuis triangulis, ex quibus conſtant & in qua reſolvi poſſunt, menſuram capiunt: ſuperficiaria, dimẽſione ſimplici; ſolida veró, duplici. R. 8. 9. 10. e. 14.

Cujus rei exempla require ſupra, fol. 35. b.

Multanguli tamen ordinati (Pentagoni ſc. Hexagoni, &c.) dimenſio, ſpeciali hoc theoremate perfici etiam poteſt.

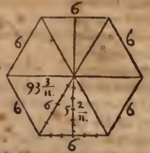
Si fiat planus, é perpendiculari á centro in latus & dimidio perimetri; factus eſt area multanguli ordinati. R. 1. c. 19.

Ut in iſto Pentagono, perpendicularis á centro in latus eſt 8. part. latera duo cũ dimidio faciunt dimidium perimetri, 30. part. Factus ergo ab 8. & 30. ſunt 240. area pentagoni ordinati.



Ita

Ita etiam in Hexagono, perpendicularis à centro in latus est $5\frac{2}{11}$ part. dimidium perimetri ex tribus laterib. 18. Factus à $5\frac{2}{11}$ & 18. sunt $93\frac{3}{11}$ area hexagoni. Et sic in cæteris.



Hactenus igitur fuerit Geometria figurarum rectilinearum.

Caput VII.

De Geometria Rotundi.

Exposità rectilineorum geometrià: quid porrhò in curvilineis potissimùm spectandum proponis?

Inter figuras obliquilineas seu curvas, præcipuus est Circulus: cùm sit planorum ordinatissimus; ex defin. Circuli & figurarum ordinatarum: *ideoq; figurarum isoperimetrarum heterogenearum maximus.* Ex ratione propria figurarum isoperimetrarum. R.6.c.2.e.19.

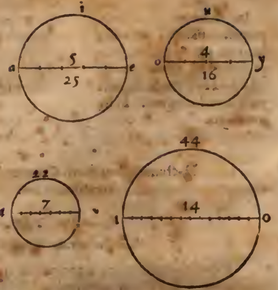
Circulorum igitur geometria, in lineis asscriptis, secantibus, tangentibus, & segmentis, est per sequentia Theoremata.

PROPOSITIO I.

Circuli sunt inter se, ut à diametris quadrata: Diametri autem sunt ad invicem, ut peripheriæ. E.2.p.12. R.2.e.15.

Inscriptarum secantium in Circulis coryphæa est Diameter: ostēdit namque inventionem centri; genesin item & rationem omnium reliquarum inscriptarum.

Ut hîc.



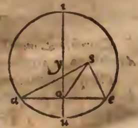
Ut hic, 1. Sunt circuli plana inter se similia, quorum quasi latera homologa sunt diametri: ideoq; inter se cõparati, sunt ut quadrata ad invicẽ ex diametris facta. Circulus proinde *aie* ad circulũ *ouy* est, ut 25. ad 16. quadrata à diametris 5. & 4.

2. Unde pendet diametrorum inter se ratio. Ut igitur peripheria *ae* est ad peripheriam *io*; sic diameter *ae* ad diametrum *io*, in ratione videl. subduplâ.

PROPOSITIO II.

De genesi Diametri, & inventione Centri.

Si inscripta rectè bisecat inscriptam, est Diameter circuli: ejusq; medium est centrum. E.1.p.3. R.6.c.15.



Esto inscripta *ae*, & hanc per 2.& 6.p.2.c. ad angulos rectos bisecet inscripta *iou* in *o*. Dico bisecantem esse diametrum; ejusq; medium, per 1.p. 2.c. in *y*, esse circuli centrum. Causa, est è defin. centri & diametri figurarũ. Euclides per impossibile sic cogit. Si *y* non est centrum, sed *s* punctum; tùm pars æquabitur toti. Ducantur enim lineæ *sa, so, se*; sic triangulum *aos* æquilaterũ erit *eos*: æquantur enim *ao* & *eo* ex thesi; item *sa* & *se* radii ejusdem circuli; & *so* commu-

communis est. Itaq; anguli deinceps ad *o*, per 18. & 19. p. 5. c. æquales sunt; & per 7. p. 3. c. uterque rectus. Igitur rectus *soe* æqualis ex thesi recto *yoe*, pars toti: quod est absurdum.

PROPOSITIO III.

Si duæ rectæ duas inscriptas non-parallelas rectè bisecent; concursus bisecantium erit centrum circuli. E. 25. p. 3. R. 1. c. 6. e. 15.

Ut hîc, *ae* & *io* bisecant rectas *uy* & *ys*.

Demonstr. ex consect. defin. diametri: Centrũ est in concursu diametrorum.



Atq; hinc peripheriam describere licet per tria puncta, in rectam non-cadentia. E. 5. p. 4. R. 2. c. 6. e. 15.

Hoc duplici modo fieri potest:

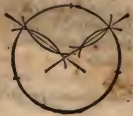
Vel, ab uno puncto ad alterum rectam ducendo, quæ unà cum altera, ex binis item punctis ductâ, bisecta concurrat.

Ut hîc, per puncta *aei*.



Vel, inter bina puncta binas peripherias se invicẽ secantes ducendo, per quarum concursus rectæ eductæ & se mutuò secantes centrum exhibeant.

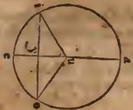
Ut,



PROPOSITIO IV.

Si diameter bisecat adiametrum, rectè secat. Et contrà. E.3.p.3. R.7.e.15.

Consect. est præced. 2. Ut, Diameter *ae* bisecat adiametrum *io* in *y*. Sint enim radii *ui* & *uo*: eruntque per 18. & 19. p. 5. c. triangula æquiangula; & per 7. p. 3. c. anguli ad *y* deinceps positi recti: quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO V.

Si adiametri intersecantur, segmenta sunt inæqualia. E.4.p.3.R.8. e.15.

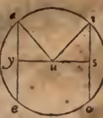
Consect. est é defin. circuli consectario. Nam si inscriptæ essent bisectæ, aut essent diametri, aut alterutra per centrum ageretur: quod est contra thesin.



PROPOSITIO VI.

Si inscriptæ sunt æquales, æquidistant á centro. Et contrà. E.14.p. 3. R.11.e.15.

Ut hîc patet in lineis *ae* & *io*, in quas ex centro *u* perpendiculares *uy* & *us* ductæ, sunt æquales; inscriptasque bisecant, per 4. præced. Cum igitur *ua* & *ui* sint æquales radii, & rectorum angulorũ subtensæ, eorum proinqua-



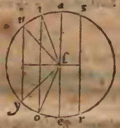
drata

drata erunt æqualia; & quodlibet eorum æquabitur quadratis ab *a y* & *y u*, item *i s* & *s u*, factis. Quadratorum autem æqualium æqualia sunt latera. Ergo *u y* æquabitur *u s*: totaque *a e* & *i o* æqualiter distant á centro.

PROPOSITIO VII.

Inscriptarum inæqualium, diameter est maxima: diametro propior, major remotiore: remotissima, minima: minimæ propior, minor remotiore: & binæ utrinque á diametro solæ æquantur. E.15.p.3. R.12.e.15.

Diameter norma est hujus universæ æqualitatis & inæqualitatis: omnes enim quinq; partes theorematis patent ex eodem illo æqualitatis argumento, hoc est, centro, decrescendi principio, & crescendi fine. Nam quó magis á centro receditur, aut ad centrum acceditur; tantó minor aut major efficitur inscripta.



Euclidis demonstratio est per triangula, de duobus lateribus majoribus reliquo, déque majore angulo. 1. pars patet: quia diameter *a e* æquatur radiis *i l* & *o l*, majoribus quám *i o*, per 1.p.5.c.

2. pars, de propiore, patet per conversf. 20.p.5.c. quia triangulum *i o*, triangulo *u l y* æquicrurũ, majus est angulo (est enim continens contenti) ergo & basi.

3. & 4. pars sunt Consect. primæ.

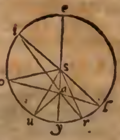
5. patet per 2. Nam si præter *i o* & *s r* statuatur æqualis tertia, erit eadem etiam inæqualis: quia diametro propior & remotior.

PROPOSITIO VIII.

Si á diametri puncto, non-existente centro, rectæ quædam lineæ in peripheriam cadant; quæ per centrum, est maxima: propiórq; maximæ, est major remotiore: reliqua maximæ, minima: minimæq; propior, minor remotiore: & binæ utrinq; á maxima vel minima solæ æquantur. E.7.p.3. R.13.e.15.

1. pars, de *a e* & *a i*, patet, ut antea, per 1.p.5.cap.

2. de *a i* & *a o*, item de *a o* & *a u*, per converf. 20.p.5.cap.



3. quòd *ay* minor quam *au*: quia *sy*, æqualis ipsi *su*, minor est rectis *sa* & *au*, per 1 p.5.e.sublato igitur cõmuni *sa*, relinquetur *ay* minor quàm *au*.

4. pars est 3.consect.

5. sic patet. Esto *sr*, æquans angulum *asr* angulo *asu*: bases *au* & *ar* æquabuntur, per 19.p.5.c. His si tertia ponatur æqualis, ut *al*, sequetur per 18.p.5.c. angulum totum *lsa*, particulari *rsa* æquari.

Atque é quinta hac parte cõnsectarium est:

Si punctum in circulo est terminus trium rectarum in peripheriam æqualium, est centrum circuli. E.9.p.3. R.c.13.e.15.

Alioqui non tantùm duæ ex puncto non-centro utrinque æquarentur.

PROPOSITIO IX.

Rectarum, á dato extrá puncto in concavum peripheriæ cadentium, quæ per centrum ducitur, est maxima: propior maximæ, major remotiore. In convexum verò cadentium, segmentum maximæ est minima: minimæq; propior, minor remotiore: tangens, est maxima: & bina utrinq; á maxima vel minima sola æquantur. E.8.p.3. R.14.e.15.



Ut, é puncto *a*, cadant *ae*, *ai*, *ao*, *au*, *ay*.

Demonstratio simillima præcedentibus. In triangulo namque *asi*, duo latera *as* & *si*, sunt majora tertio *ai* latere: *as* autem & *si* æquantur *ae* toti, ut suprá. Et sic *ai* major erit *ao* ratione majorum angulorum & respondentium basium.

Sic, in *adc* triangulo, latera *ad* & *ds*, majora sunt *as* latere tertio. Aufer nunc *ds* & *fs* portiones æquales, radios videl. circuli; tunc *da* tanquam portio excedens, superabit portionem *af* reliquam totius trianguli. Et sic cõnsequenter de reliquis judicandum.

PRO-

PROPOSITIO X.

De ratione Tangentium.

Si recta est perpendicularis extremæ diametro, tangit peripheriam: Et contrà. E.16.p.3. R.15.e.15.

Ex perpendiculi definitione hoc sequitur: nam si magis tangens inclinaret, secaret; nec esset perpendicularis.



Euclides ita cogit. Si recta *ae* perpendicularis extremæ diametro non solum tangeret, sed caderet intra circulum, eúmque secaret, ut *oa*: tum utraque ex thesi perpendicularis extremæ diametro angulos rectos facerent & æquales; sicque pars æquaretur toti, *iao* ipsi *iae*.

Consectaria sex profluunt ex hoc Theoremate:

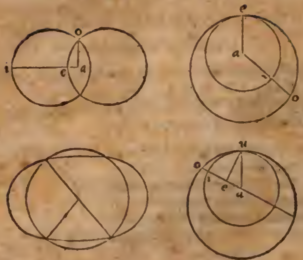
1. *Si recta est per centrum & contactum, est perpendicularis tangenti.* E.18.p.3. R.1.c.15.e.15.
2. *Si est perpendicularis tangenti, est per centrum & contactum.* E.19.p.3. R.2.c.15.e.15.
3. *Punctum contactus est, quo à centro perpendicularis tangenti incidit.* R.3.c.15.e.15.
4. *Tangens est singularis in eâdem parte peripheriæ.* R.4.c.15.e.15.
5. *Angulus contactus est minor quovis acuto rectilineo: reliquus major.* E.16.p.3. R.5.c.15.e.15.
6. *Anguli contactus in æqualibus peripheriis sunt æquales.*

PROPOSITIO XI.

Si peripheriæ sunt intersectæ vel contiguæ, sunt eccentricæ. Illæq; duobus tantùm punctis intersecantur; hæ diametros per contactum continuât. E.5.6.10.11.12.p.3. R.18.e.15.

Veritas per se est manifesta: Demonstrationes tamen sunt faciles per impossibile.

1. & 2. pars patet: quia alioqui pars æquaretur toti. Ut, si *a* cen-



trum sit commune duarum intersectarum; radii *a o*, *a e*, & *a i*, æquabuntur. Sic etiam in tangentibus, si *a* commune centrum; radii *a e*, *a i*, & *a o* erunt æquales.

3. pars patet é prima: quia secus intersectæ essent concentricæ.

4. etiam patet: quia pars esset major toto. Esto namque per centra *a* & *e* recta *a e i o*. Hic trianguli *u e a* duo latera, *u e* & *e a*, per 1. p. 5. c. sunt majora quám *u a*; ideoque etiam quam *a o*. Sublato nunc *a e*, reliquum *u e* majus erit quam *e o*; cúm tamen æquetur *e i* & *e u* ex thesi. Quare *e i* majus est quam *e o*, pars toto: quod est absurdum.

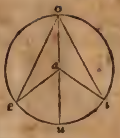
PROPOSITIO XII.
De segmentis Circulorum.

Angulus in centro duplus est anguli in peripheria, in eandem peripheriam (sive idem segmentum peripheriæ) insistentis. Et contrá. E. 20. p. 3. R. 5. c. 16.

Varietas angulorum in peripheria varia est; demonstratio tamen eadem.

Ut hîc, angulus *e a i* in centro, anguli *e o i* duplus probatur: rectâ

ou



eu secante, duoque triangula utrinque æquicrura faciente; ac proin per 13. p. 5. c. ad basin æquiangula: quorum sigillatim dupli ad basin constituti, sunt æquales *eau* & *iau*, per 11. p. 5. c. Totus igitur *eai* duplus est *eoi*, ex *eoa* & *ioa* constantis.

PROPOSITIO XIII.

Anguli in centro peripheriáve circulorum æqualium, sunt ut peripheriæ in quas insistunt. Et contrà. E. 26. 27. p. 3. & 33. p. 6. R. 6. e. 16.

Demonstrationem præcedens suppeditat.

Si peripheriæ, in quas insistunt, sunt æquales, túm per se constat consequutionis ratio: ut hic,



Sin veró sint inæquales, verbi causâ una ad alteram dupla; tunc anguli quoque sic erunt: per ax. congr. Æqualia seu æqué-multiplicia ad idem, proportionem eandem inter se obtinent.

PROPOSITIO XIV.

Anguli in eadem sectione sunt æquales. E. 21. 26. 27. p. 3. R. 11. e. 16.

Ut, se-

Ut, sectio sit *e a u o*, & inea anguli ad *a* & *u*: hi æquantur. Quia per 12. præced. sunt dimidii ad angulum in centro *e y o*. Vel æquantur etiam per præced. quia insistunt in eandem peripheriam.



PROPOSITIO XV.

Anguli in oppositis sectionibus æquantur duobus rectis. E.22.p.3. R.12.e.16.

Si enim anguli oppositi ad *a* & *i* æquantur tribus unius trianguli, sc. *e o i*, qui æquantur duobus rectis, per 7.p.5.c. erunt & illi æquales duobus rectis. Nam *i* primùm æquatur sibi; deinde *a* per partes æquatur duobus reliquis ad *e* & *o* constitutis. Namque *e a i* æquatur ipsi *e o i*, & *i a o* ipsi *o e i*, per præcedentem.



PROPOSITIO XVI.

Angulus in semicirculo rectus est: semicirculi veró, minor recto rectilineo; sed major quovis acuto. In majore autem sectione, est minor recto: majoris sectionis, recto major. In minore sectione, major est recto: minoris veró sectionis, minor est. E.16.& 31.p.3. R.18.e.16.

Septem sunt partes hujus propositionis.

1. pars, quód angulus in semicirculo sit rectus. Ut in *a e i*: nam si radius ducatur *o e*, dividetur angulus *a e i* in duos angulos, *a e o* & *o e i*, æquales angulis *e a o* & *e i o*, per 13.p.5.c. sunt enim triangula æquicrura. Itaque cúm totus *a e i* sit æqualis reliquis ad *a* & *i* constitutis, erit rectus, per 10.p.5.c.

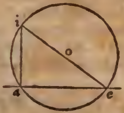


2. quód angulus semicirculi, qui á recta *a i* & peripheriâ *i e* terminatur

minatur (cornicularis dictus) sit minor recto; patet ex eo, quia pars est recti *a i u* rectilinei.

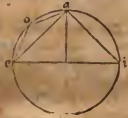
3. quód sit major quovis acuto, patet ex *i u* tangente perpendiculari, diametro singulari, per 10.p.præced.

4. quód *a i e* angulus in majore sectione (quám sit semicirculus *s e*) minor sit recto, arguit pars prima: quia angulus *a* rectus est; reliqui *a s e* & *a e s* uni recto æquantur.



5. quód angulus corniculatus *e a i* major sit recto, arguit quoque pars prima; rectus enim rectilineus *a*, qui continetur in illo.

6. angulus *a o e* in minore sectione, est major recto, per 15.p.præced. quia qui in opposita sectione ad *i*, est minor recto.



7. angulus *e a o* est minor recto: quia pars recti foret, nempe exterioris, si producatur *i a*.

PROPOSITIO XVII.

Si duæ inscriptæ quomodolibet intersecantur, rectangulum é segmentis unius, æquatur rectangulo é segmentis reliquæ. E.35.p.3. R.9.c.15.

Si intersectæ sint diametri, patet proportio; ut in priore figura. Nam rectangulum é segmétis unius, æquatur rectangulo é segmentis reliquæ: cúm sint ambo quadrata laterum æqualium.





Si non sint diametri, ut in posteriore figura *a i* & *e o*; tamen rectangulum quod continetur á segmentis *a s*, æquale est ei quod con-

O

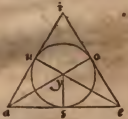
tinetur sub *e* & *o*. Ductis enim *ae* & *oi* rectis, *ao* item & *ei* rectis; fient triangula similia seu æquiangula, & proin proportionalia cruribus homologis, per 24.p.5.c.& 10.p.6.c. Anguli enim ad *u* verticales inter se æquantur, per 9.p.3.c. Anguli dein *eai* & *ioe* æquales sunt per 14.p. & ita consequenter per eandem reliquus reliquo æquabitur. Latera igitur æquales angulos subtendentia sunt proportionalia; per proprietatem figurarum similium, & 24.p.5.c. Itaque per 11.p.6.c. factus quoq; ab *eu* & *uo*, quasi terminis intermediis, æquabitur facto ab *au* & *ui*, tanquam ab extremis.

PROPOSITIO XIIX.

De Adscriptione figurarum rectilinearum circulis.

Si duæ rectæ bisecent duos angulos dati rectilinei; circulus radii ab earum concursu in latus perpendicularis, inscribetur dato rectilineo: sin recté bisecent duo latera dati rectilinei, circulus radii ab earum concursu in angulum circumscribetur dato rectilineo. E.4.5.8.p.4. R 4.5.c.17.

Habet hæc Prop. Inscriptionem & Circumscriptionem dato rectilineo.





Ut in triangulo *aei*, rectæ *ao* & *eu* bisecant angulos *a* & *e*; & à bisecantium concursu sunt perpendiculares *yo*, *yu* & *ys*. Centro igitur *y* posito, radiis *yo*, *yu* & *ys*, describetur Circulus inscriptus triangulo. Bisecantes namque cum perpendicularibus facient triangula æquilatera; ideoque tres perpendiculares, quæ sunt bases triangulorum æquilaterorum, sunt quoque æquales. Idem judicium est de triangulato parallelogrammo.

Quód si

Quód-si é concursu bisecantium latera radius sit in angulum dati rectilinei, tunc circulum dato rectilineo circumscribes. Ratio eadem est quæ anté: tres enim radii sunt æquales, & concursus est centrum:

Ut hîc vides:



PROPOSITIO XIX.

Si diametri rectè intersecantur, subtensa recto erit latus quadrati. E.6.p.4. R.2.e.18.

Ut hîc. Crura namque anguli erunt radii, quorum diametri connexæ facient quatuor triangula rectangula æqualia cruribus, & proin basibus. Ideoque quadratum ascribent.

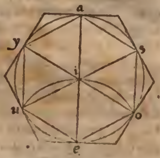


PROPOSITIO XX.

Radius circuli est latus inscripti sexanguli. E.15.p.4. R.6.e.18.

Sexangulum inscribitur per triangulum æquilaterum inscriptum, bisectis tribus angulis. Sed breviús inscribitur per radium sexies deinceps inscriptum. Ut hîc:

Ductis namque tribus diametris, *a e*, *o y* & *u s*, fient triangula sex isopleura & æqualia.



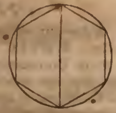
Geometria partium circuli satis pro instituto videtur explicata: tandem etiam de totius Circuli mensura aliquid dicito?

Ea prodit ex geodæsia Multanguli ordinati: inde namque est dimensio Circuli; τετραγωνισμὸς seu Quadratura circuli vulgò dicta. Cujus totius quæstionis solutio est è ratione diametri & peripheriæ, in sequenti Theoremate.

PROPOSITIO XXI.

Peripheria circuli est tripla diametri, & ferè sesquiseptima. R. 2. c. 19.

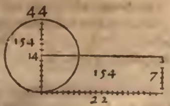
Quód enim tripla sit, sex radii sive tres diametri indicant, quibus peripheria circumscribitur, per præced. Et quia peripheria est continens, major est triplo: sed excessus non planè est sesquiseptimus. Deest enim unitas unius septimæ; & excessus idem longè major est quàm sesquioctava. Itaq; differentia quia vicinior erat sesquiseptimæ, assumta est sesquiseptima: propinquum vero, pro ipso vero.



PROPOSITIO XXII.

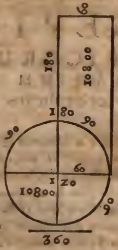
Planus sive quadratus è radio & peripheria dimidio, dabit aream circuli. R. 1. c. 2. e. 19.

Ut hîc, si circuli diameter sit 14. par. radius ejus erit 7. part. & inde peripheriæ dimidium ferè 22. quæ per 7. multiplicata, faciunt 154. aream circuli. Tripla namque 14. prodeunt 42. quibus adjice partem sesquiseptimam, scil. duo, prodeunt 44. hujus dimidium sunt 22. Radius sive semidiameter 7. si in 22. ducatur, prodit planum oblongum, cujus area est 154. part. æqualis areæ Circuli. Porrhò binorum duntaxat, diametri sc. & peripheriæ, dimidia assumuntur, à quibus comprehenditur oblongum: quia in diametro duo latera opposita minora, in perimetro duo reliqua opposita majora rectanguli continentur.



Ita

Ita Circulos cœlestes, per ſemidiametros ſive radios, 60. gradibus conſtantes, menſurare ſolent Aſtronomi. Ut hîc videre licet:



Atque iſta hactenus de Geometria Lineari, & Lineamentari, in Plano rectilineo & rotundo dicta ſufficiant: quorum rationes & affectiones analogiâ quâdam in Solidorum Geodæſiam, dimenſione ulteriore deinceps haud difficulter introducentur.

GEODÆSIA,
PRÆCEPTORUM GEOMETRICORUM USUM PER RADIUM BREVITER EXPLICANS.

Geometriæ elementa ἐξ ἀφαιρέσεως, *in determinatis Magnitudinis speciebus, earumq; affectionibus variis, per definitiones atq; theoremata proposita cognoscuntur: illorum verò usum* ἐν προσθέσει *in certa materia subjecta adumbrat & explicat Geodæsia.*

Est autem Geodæsia ars, quæ propositæ magnitudinis materiatæ quantitatem notâ quâdam mensurâ invenit.

In Geodæsia igitur duo veniunt consideranda, Materia subjecta, quæ mensuranda proponitur; & causa instrumentalis, per quam mensuratur.

De Subjecto Geodæsiæ.

Materia subjecta consideratur, secundùm illius tum Genera, tum Adjuncta.

Per genera Magnitudinis intelligitur, num proponatur mensuranda Linea, an Lineamentum? Atq; hoc, num Angulus, aut Figura? Et si Figura, num Plana, vel Solida? Et Plana, utrum Rectilinea, an Curvilinea? Et Rectilinea, num Triangulum aut Triangulatum. Et sic consequenter. Est enim Axioma Geodæticum hujusmodi:

Omnis magnitudo cognomine mensuræ genere mensuratur.

Sic Lineæ lineis mensurantur: verbi gratiâ, si in concreto quæratur, quanta sit longitudo Pontis Rheni, id explorabitur per lineam rectam, quæ æquet longitudinem pontis. Superficies verò superficiebus: ut est Pes quadratus, Jugerum, &c. Solida solidis: ut in nostro usu sunt Dolia, Modii, &c.

Cognito Magnitudinis genere, consideranda ulteriùs venit illius affectio:

ctio: sit'ne videl. Linea mensuranda recta vel obliqua? Ex Lineamentis autem, sit'ne Figura proposita Ordinata, an Inordinata, &c. Si detur Triangulum, respondeátne Orthogonio, Amblygonio, an Oxygonio? &c. Neque enim uno eodémque modo quorumlibet Geodæsia instituetur: uti monebunt hujus rei Canones.

De Causa Instrumentali.

Hic primùm Instrumenta ipsa; deinde illorum usum seu rationem utendi, proponemus.

Instrumenta geodætica sunt certa ac nota quædam mensuræ.

Mensura autem est instrumentum, seu medium & adminiculum, cujus beneficio ignota alicujus magnitudinis quantitas innotescit.

Porrò, Instrumenta mensoria sunt duplicia: Naturalia, & Artificialia.

Naturalia dicimus, quæ natura ipsa in nobis produxit: ac proin cognitu facilia, & cuivis ferè obvia esse possunt.

Súntque rursum, aut Minora, aut Majora.

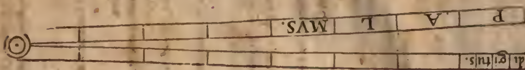
Instrumenta mensoria minora illa vocantur, quæ perfecti humani corporis staturam non superant, atque ab ejus partibus in primis sunt petita. Ut sunt, Digitus, Palmus, Pes, &c.

Majora sunt, quæ ex minoribus hisce componuntur, & staturam hominis superant. Ut, Perticæ mensoria, Stadia, Milliaria, &c.

Tabella

Tabella mensurarum naturalium Geodæticarum, & fractionum illarum.

Granū	Digit⁹	Uncia	Palmus.	Spithama	Pes.	Cubitus.	Gressus.	Passus	Orgya	Pertica.
Grana	4.	$5\frac{1}{3}$	16.	48.	64.	96.	160.	320.	384.	640.
	Digiti	$1\frac{1}{3}$	4.	12.	16.	24.	40.	80.	96.	160.
		Unciæ	3.	9.	12.	18.	30.	60.	72.	120.
			Palmi.	3.	4.	6.	10.	20.	24.	40.
				Spithamæ	$1\frac{1}{3}$.	2.	$3\frac{1}{3}$.	$6\frac{2}{3}$.	8.	$13\frac{1}{3}$.
					Pedes	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$.	5.	6.	10. aliâs 12. vel 16
						Cubiti.	$1\frac{2}{3}$.	$3\frac{1}{3}$.	4.	$6\frac{2}{3}$.
							Gressus.	2.	$2\frac{2}{5}$.	4.
								Passus	$1\frac{1}{5}$.	2.
									Orgyæ	$1\frac{2}{3}$.



Instru-

Instrumenta Minora.

1. Granum hordeaceum principium mensuræ ponitur.
2. Digitus, latitudine quatuor granorum hordeaceorum.
3. Uncia seu Pollex: $1\frac{1}{3}$ digiti.
4. Palmus minor: mensura 4. digitorum.
5. Spithama seu Palmus major: habet palmos minores tres, ac proinde digitos 12.
6. Pes: continet palmos minores 4. digitos 16. pollices sive uncias 12.
7. Cubitus seu Ulna: complectitur sesquipedem, sive 24. digitos, sive palmos 6.
8. Gressus: mensura duûm pedum cum semisse.
9. Passus: est gressus duplicatus, continens pedes geodæticos 5.
10. Orgya: continens cubitos 4. seu pedes 6.

Maiora.

11. Pertica sive Virga: quæ fuit apud Romanos pedum 10. apud nos solent eam facere 16. pedum: alibi aliter.
12. Stadium: mensura 125. passuum, hoc est, 625. pedum.
13. Milliare, & quidem nostrum; est passuum 5000. duarum horarum iter.
14. Maxima denique mensura est, quæ habetur in semidiametro Terræ.

Atqui mensuræ istæ usurpantur, vel Simpliciter, vel Copulatè.

Simpliciter quidem, quando solam longitudinem notant: atq; iccirco earum usus est tantùm in mensurandis lineis. Ut in mensurandis rerum distantiis: idq; vel sursùm, vel deorsùm, vel antrorsùm aut transversim collimādo: altitudinibus item & profunditatibus, radiis cùm directis, tum transversis accommodatis. Et notantur ita communiter lineolâ rectâ —— aut sic, L

Copulatæ verò mensuræ, ex multiplicatione prodeunt. Ac tùm notant, vel Superficies, vel Solida.

Superficies notant mensuræ, quæ ex unicâ multiplicatione producuntur; quibùsq; superficies mensurari solent. Ut Actus, Jugerum, &c.

Quæ autē Solida notant mensuræ, è duplici multiplicatione prodeūt:

illarumq; usus est in mensuranda corporũ crassitie & profunditate. Hinc solidæ mensuræ dicuntur. §. Ut exempli gratiâ, si nomines Pedem unum, vel denotas solam longitudinem: & dicitur Pes simplex, qui notatur sic —— vel

L Vel superficiem notas: & dicitur Pes quadratus, ex una scil. multiplicatione numeri in seipsum factus; ut si pes simplex sit 4. quadratus erit 16. notari potest ita, ✛ Vel deniq; solidum notas, latitudinem simul & profunditatem: & Pes corporeus sive solidus vocatur, ex duplici multiplicatione numeri alicujus proveniens; ut quadratus pes si sit 16. solidus erit 64.

Nam $\frac{4}{4}$ | 16. faciunt: $\frac{16}{4}$ | 64.

Et quilibet hujusmodi Pes mensurandis magnitudinibus homogeneis convenir.

Quód si etiam sumantur mensuræ pro superficiebus, túm rursum sunt duplices: aut enim sumuntur pro Quadrato, aut pro Oblongo. Tottuplex namque est Parallelogrammum rectangulum.

Pro Quadrato sumitur mensura, quæ in seipsam ducitur seu multiplicatur. Ut si pedem in pedem multiplices, producetur Pes quadratus.

Pro Oblongo autem, quando minor mensura ducitur in majorem. seu: Quãdo é mensuris inter se multiplicandis altera est alterius pars; tunc factum ex multiplicatione est Oblongum. Ut, si duos pedes ducas in tres; aut si quinque pedes ducas in Perticam, fiet inde Oblongum.

Est namque Axioma Geodæticum generale:

Quælibet mensura in cognominem mensuram multiplicata, ejusdem nominis Quadratum parit: multiplicata autem per heterogeneam, gignit Oblongum, á majore mensura denominatum.

De Instrumentis mensoriis Artificialibus.

Usu sæpé venit, ut instrumenta naturalia, non quidem non haberi; sed in mensurando adhiberi commodé non possint: Ut, si á termino quopiã notato longitudo viç ad turrim aliquam mensuranda detur; accessus autem, vel ob interjectam aquam, vel ob circumcingentem fossam, instrumento naturali sit præclusus. *Huic proin rei quoque remedium industrium*

industrium valdè excogitavêre Artifices; & alia quædam Instrumenta (quæ naturalium loco, ut-pote iis analogiâ certâ respondentes, assumi possint) artificio logistico, è solius Trianguli orthogonii natura, tanquã Magistri geodætici, deduxêre.

Horum autem instrumentorum licèt sint varia; præcipua tamen sunt, Radius, Quadrans, & Quadratus geometricus.

De Radio metrico, seu Geometrico, & Astronomico dicto.

Ex instrumentis artificialibus geodæticis, Radium metricum seligendum esse, cum Ramo existimamus. Huic siquidem Triangulum orthogonium sensibiliter inest: Quadranti verò & Quadrato cogitatione duntaxat.

Instrumentum hoc (quod vulgò Baculum Iacobæum vocant: fortè quòd à Patriarcha illo inventum, vel ab ejus temporibus antiquissimus hujus usus fuerit) omnium reliquorum geodæticorum instrumentorum commodissimum est, ad Geodæsiam tum rectarum linearum, tum planorum & solidorum: Uti Ramus evidenter monstrat l.9.12.14.15.19.& 20. Et nos in Epitome nostra Geometrica, part. 2.cap.5.prop.26.& 27.

Est autem Radius instrumentum mensorium, crurum inter se inæqualium perpendicularium: quorũ alterum metiendæ magnitudini rectũ, reliquũ verò parallelũ esse cõvenit.



Sic enim fient triangula similia, & inter se proportionalia, per 4.5.6.p.6.Eucl.& 26.p.5.cap.2. part.supr.in Geometriæ elemẽtis nostris. Ut hîc, crura inter se inæqualia vides Radii: quorũ *ao* est perpendicularis *ei*, & *ei* vicissim ipsi *ao*. Ita & *ao* crus rectũ seu perpendiculare est mensurandæ longitudini *ou*, *ei* autem parallelum.

Crura Radii sunt: Index, & Transversarium.

Index est Radii crus majus, à cujus termino visus plerunq; excurrit: quantitate suâ duplus sesquidecimus Transversarii.

Transversarium autem est crus minus Radii, per cujus terminum visus plerunque transit; per Indicem volubile, modó sublimius, modó humilius, modó etiam in transversum.

Index.



Transversarium.



Radius itaque fabricatur ex duabus æqualis craſſitiei regulis quadrilateris, cujuscunq; materiæ idoneæ; quarum unius longitudo ſit dupla ſeſquidecima ad longitudinem alterius, hoc eſt, ſi unius longitudo ſit 10. part. alterius ſit 21. &c. ſi igitur, ut plerumque fit, Transverſarii longitudo ſit 1000. part. Index conſtituetur 2100. part. Ad uſum communem, Transverſarium 18. unciarum, ſeu ſeſquipedale aſſumi poteſt:

teſt: Index inde 36. unciarum ſive 3. pedum. In Transverſario relinquantur unc. 2. vel 3. pro manubrio; reliqua dein portio dividatur in 100. partes æquales (quæ, ſi opus ſit, facili negotio pro 1000. cogitatione concipi poſſunt) numerisque diſtinguatur de 10. in 10. Atque ita etiam Index in 210. partes. Quód-ſi portio aliqua in fine Indicis poſt diſtributionem reſidua ſit, non amputetur, ſed reſervetur; ut, ſi opus ſit, menſura Indicis tripedalis, &c. exactè per Indicem habeatur.

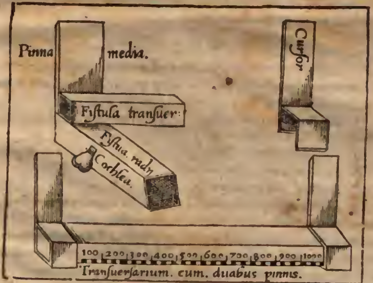
In rebus majoris momenti majora proſunt inſtrumenta; ut Index Radii quandoque detur 5. 6. 7. vel 8. pedum.

Atque hæ duæ regulæ ſive crura Radii fiſtulis ſic coaptanda veniunt; quò Transverſarium hinc-inde per Indicem in partem quamvis volvi poſſit.

Transverſario quoque Curſor quidam cum dioptra, qui hinc-inde per Transverſarium duci poſſit, inſerendus.

Terminis deniq; Indicis ac Transverſarii dioptræ, pro rectâ in metam data magnitudinis collimatione, infigendæ.

Sicque ad uſum accommodatum præparatum fuerit Inſtrumentum menſorium.



De Instrumentorum geodæticorum utendi ratione: atq; de Geodæsiâ Linearum rectarum.

Geodæsia magnitudinis cujuscunq; inchoatur á mensuratione Linearum rectarum; tanquam terminorum principalium superficierum solidorumq;, tam rectilineorum quàm curvilineorum. Semidiametri namq; sive (ut vocantur) sinus, arcus quoq; sibi correspõdentes metiuntur. Quantitas proinde rectarum linearum primó omnium exploranda venit: inde superficierum corporumq; geodæsia haud difficilis futura est.

Recta veró linea mensurari potest instrumento geodætico, vel naturali, vel artificiali.

Mensuratio rectarum per naturale instrumentum, perficitur ἐφαρμόσει & congruentiâ rei mensurandæ cum conveniente sibi mensuræ genere.

Sic tripedalis longitudo trium pedum mensuræ applicatione absoluitur: sesquipedalis, vel duarum spithamarũ, vel 6. palmorum, vel 18. unciarum, vel 24. digitorum, vel 96. granorum mensurâ adhibitâ. Et sic de aliis.

Artificialis autem rectas mensurandi ratio, commodissimé (ut dictum est *) Radio adhibito perfici potest.*

In usu porrhó Radii duo occurrunt consideranda: Mensoris nempe aptitudo, & Rectarum linearum situs.

De Mensoris aptitudine.

Sit 1. *Iusta in metam distantia. Neq; enim visus est infinitus.*

2. *Obductus alter oculus. Vis namq; optica é duobus oculis in unũ conducta firmiùs collimat.*

3. *Radius ad os genæ applicatus. Hic etenim oculus est tanquam centrum Circuli, cui inscriptum sit Transversarium.*

4. *Manus quietæ. Nam si trepident, facilé turbatur proportio Geodæsio, quó minùs recté advertatur.*

5. *Statio, si fieri potest, erecta.*

6. *Visus emissio per dioptras, in metam seu terminum mensurandæ lineæ alterum.*

7. *Deniq;, si visus sit, aut visio fiat, ab initio seu termino cruris alterius per terminum reliqui; crus alterum sit rectum, seu ad angulos rectos, termino metiendæ magnitudinis; reliquum veró parallelum.*

Ut, si

Ut, si visus sit ab initio Indicis per terminum Transversarii, Index ad terminũ metiendæ rectæ lineæ rectus seu perpendicularis; Transversarium autem parallelum, esse debet. *Et contrà.*

Index rectus sive perpendicularis appenso bolide facilé probari potest in longitudine directa: in altitudine veró & latitudine transversali, fides est adhibenda oculis. Tametsi modica deflexio perpendiculi sensibilem aliquem errorem non facilé pariat.

De Rectarum situ.

Situs rectarum linearum est triplex: in Longitudinem, qui est antrorsum: Altitudinem, si recta sit sursum deorsúmve in profundum: & Latitudinem, transversim collimando.

I. LONGITUDINIS Geodæsia.

Longitudinis Geodæsia duplex est: é Distantia videlicet seu Statione, vel Unicâ, vel Duplici.

E' statione unicâ itidem duplex est geodæsia: vel Indice recto, & parallelo Transversario; vel Indice parallelo, & Transversario recto. (Modó viæ sive alterius alicujus longitudinis quantitas cognita habeatur.)

Semper crus alterutrum parallelum esse debet in metam magnitúdinis, cujus quantitatem desideras. Crus namque parallelum proportionale est quæsitæ longitudinis lineæ rectæ.

PROPOSITIO I.

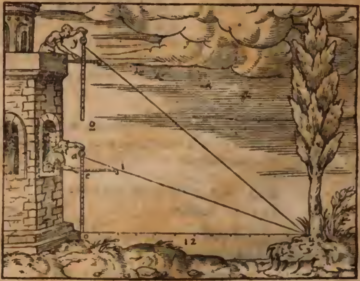
E' statione unica, Longitudinem ignotam, ex nota quadam Altitudine, invenire: per Indicem rectum in terminum Longitudinis, & parallelum Transversarium in metam distantiæ ejusdem.

THEOREMA I.

Si visus sit ab initio indicis recti in metam longitudinis: ut tunc erit segmentum Indicis ad segmentum Transversarii; sic Mensoris altitudo ad quæsitam longitudinem. R.7.c.9. ex 21.p. optic. Eucl. ut & sequentia.

Ab

Ab initio] id eſt, à ſuperiore puncto, quod dioptrâ Indicis notatur. Ut hîc, *y*, vel *a*.



Indicis recti] id eſt, perpendicularis; ut *yo*, vel *ao*.

In metam longitudinis] hoc eſt, in terminum petitæ longitudinis, punctum ſcil. oppoſitum per rectam lineam à puncto perpendicularis Indicis facto in metam longitudinis: ut ab *o* in *u*, per *i* in *u*.

Menſoris altitudo] quæ ſcil. fit ab initio Indicis in planum inferius: ut *yo*, vel *ao*.

Idem metiendi modus eſt, é loco inferiore, & altiore.

Ex inferiore ita:

Sit, exempli causâ, ſegmẽtum Indicis à vertice, nempe *a*, ad Transverſarium *e*, 6. partium; ſegmentum autem Transverſarii ab Indice *e*, ad opticam lineam *i*, 18. partium. Quemadmodum nunc ſe habẽt 6. ad 18. ſic ſe quoque habebit altitudo mẽnſoris, *ao* (quæ præcognita tibi ſit per inſtrumenti quoddam genus naturale) ad longitudinẽ quæſitam *ou*. Eſto autem menſoris altitudo 4. pedum. Longitudo itaque menſuranda erit 12. pedum. Ubique namque eſt ratio ſubtripla.

Demon-

Demonſtratio triplex. 1. ſunt *aei* & *aou*, duo triangula æquiangula ſimilia: proportionalia proinde, per 4. & 5. p. 6. Eucl. & 26. p. 5. cap. 2. part. ſup. Angulus etenim uterque, *aei* & *aou*, rectus eſt ex hypotheſi: angulus autem *aei* communis. Reliquus igitur *ona*, reliquo *eia* æquabitur, per 19. p. 5. c. ſupr.

2. Vel ſic. *ao* eſt perpendicularis baſi (ſcil. metiendæ longitudini) *on*: Ergo crus alterum, Transverſarii nempe, *ei*, eſt baſi *o u* parallelum, per def. Radii. Ideoq; latera ſegmentorum ſunt proportionalia, per 5. p. 5. c. ſup.

3. Vel ſic. Sunt duo triangula rectangula ex theſi: ergo duo quilibet reliqui anguli cujusque trianguli uni recto æquantur. Utriſque autem triangulis communis eſt *eai*: reliquus ergo reliquo æqualis, per 6. & 7. ax. Sunt ergo triangula ſimilia inter ſe & æquiangula: proin proportionalia cruribus, per 4. 5. 6. p. 6. E. & 26. p. 5. c. ſupr.

Res porrhò facili negotio expedietur, ſi proportionales termini alternatim collocentur, & operatio per Auream regulam inſtituatur. Ut hîc: Si part. 6. dant ped. 4. Ergo part. 18. dabunt ped. 12.

Ex altiore quoque loco ſic:

Sit ſegmentum Indicis ex *y*, 5. part. Altitudo menſoris, 10. ped. Segmentum Transverſarii, 6. part. Data igitur longitudo erit, 12. ped.

Nec quidquam intereſt, ſive longitudo ſit in ſubjecto plano, ſive in aſcenſu deſcenſûve montis, ſurſum deorſûmve collimando: dummodò Index in lineam longitudinis ſit rectus. Ut in ſubjecta figura:

Q



Hoc modo metiri licet latitudines quoq; fluminum, vallium, fossarum, distantias item navium in mari, &c. Ut hîc:



Distan-

Distantias item turrium, ædificiorum, &c. inter se. Ut hic:



PROPOSITIO II.

E' statione unica, longitudinem ignotam, ex nota altitudine, invenire: Indice parallelo in metam longitudinis, & Transversario recto.

THEOREMA II.

Si visus sit ab initio Indicis paralleli in metam longitudinis: ut erit segmentum Transversarii ad segmentum Indicis, sic data seu cognita altitudo ad longitudinem. R.8.e.9.

Ut si, verbi gratiâ, segmentum Transversarii sit 120. aut 60. part. data seu cognita altitudo 400. aut 20. ped. segmentum Indicis 210. aut 105. part. Longitudo itaque per Auream regulam erit 700. aut 350. ped.

Demonstratio par est superioribus. Sunt enim triangula æquiangula, ut priùs. Sicut igitur *ou* ad *ua*, sic *ei* ad *ia*.



PROPOSITIO III.

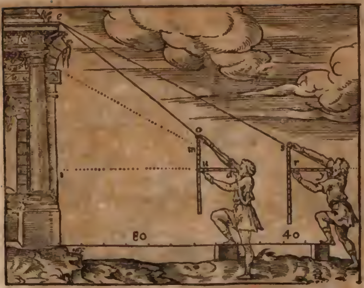
E' ſtatione duplici, Longitudinem quandam invenire, quum ſuperiore modo neutro capi poteſt (*interjecto videl. vel muri, vel arboris, vel montis, &c. impedimento; ut meta longitudinis videri neque at, ut in primo modo; neque altitudo contermina extrema longitudini ſit cognita, ut in ſecundo modo*) ubi Transverſarium, ſi recedendi copia major ſit, deprimitur in ſecunda ſtatione; vel contrá elevatur, ſi procedendi major ſit commoditas: idq; vel Indice recto & Transverſario parallelo, vel contrá.

THEOREMA III.

Si viſus ſit ab initio Transverſarii paralleli, in metam longitudinis, per terminum Indicis recti ad metam in alto poſitam: ut erit in Indice differentia majoris ſegmenti ad minus, ſic differentia inter primam & ſecundã ſtationem ad Longitudinem quæſitam. R.9.e.9.

Figura ita eſt, in qua collimatio prima ſit ab *a*, initio Transverſarii, & é quæſita longitudine *a i*, per *o* terminum Indicis, in *e* metam altitudinis: & ſegmentum Indicis *o u* partium 72. Transverſarii ve-

ró,



16,70. Secunda collimatio fit per recessionem 40.pedum, ab *y* initio Transversarii, é distantia majore, per *s* terminum Indicis, in eandem metam *e*: & segmentum nunc Indicis *sr*, 36. part. Transversarii autem, ut priús, 70. Hîc dimensio perfecta erit, sumtâ differentiâ ipsius *ou* supra *sr*, videlicet 72. supra 36. quæ differentia est 36.

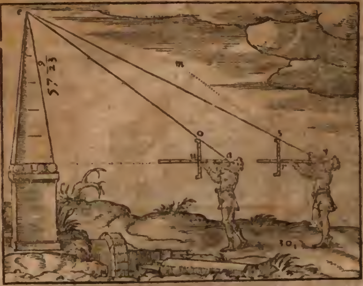
Demonstr. sic est. Si basi *ey*, trianguli *eiy*, parallela *al* ducatur; segmenta laterum trianguli *eiy*, per 2.p.6. E. & 13.c.5.R. & 5.p.5. c. supr. erunt proportionalia. Ut ergo *el* sive *om*, majoris segmenti differentia, ad *li* sive *mu*: sic *ya*, differentia stationum, ad *ai* longitudinem quæsitam. Et alterné quoque, ut *el* ad *ya*, sic *li* ad *ai*. Aureâ regulâ sic concluditur:

36. part. different. part. dant 40. ped. diff. stat. Ergo 72. part. dabunt 80. ped.

Eâdem ratione colligere licet:

Si visus fit ab initio Indicis paralleli, in metam longitudinis, per terminum Transversarii in metam altitudinis certam: ut erit in Indice differentia majoris segmenti ad minus, sic differentia primæ & secundæ stationis ad longitudinem quæsitam. R. 12.c.9.

Sit, verbi causâ, ſegmentum Transverſarii 50. part. Indicis veró in prima ſtatione 40. in ſecunda 60. part. Differentia eſt 20. part. quæ à



prima ad ſecundam diſtantiam 30. pedes exhibent. Regulâ aureâ nunc concluditur:

20. part. dant 30. ped. Ergo 60: dant 90.

II. ALTITUDINIS Geodæſia.

Altitudinis Geodæſia itidem eſt duplex: Diſtantiæ ſive ſtationis, aut unius, aut duplicis.

Eſt veró Altitudo, perpendicularis à vertice ad baſin; ſurſum deorſúmve collimando.

PROPOSITIO IV.

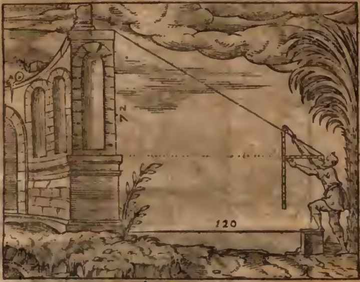
E' ſtatione unica, ignotam quandam altitudinem, ſurſum collimando, ex nota longitudine; per Transverſarium rectum, & Indicem parallelum in metam altitudinis, invenire.

THEO-

THEOREMA IV.

Si visus sit ab initio Transversarii recti in terminum altitudinis, per terminum Indicis paralleli in metam altitudinis: ut erit segmentū Transversarii ad segmentum Indicis, sic longitudo data ad altitudinem. R. 10.c.9.

Deducitur é 18.& 19.p. opt.Eucl. Ut, esto segmentum Trans-



versarii 60. part. segmentum Indicis 36. longitudo data seu cognita (cognosci autem potest aliquo præcedentium modorum) 20.ped. Altitudo per Auream regulam 12.ped. erit.

Demonst. ut priús. Sed addenda hic est Mensoris altitudo: quæ si fuerit 4.ped. tota altitudo erit ped. 16.

PROPOSITIO V.

Ignotam profunditatem (ut putei, rupis, turris, &c.) é nota longitudine seu latitudine ejus transversali, cognoscere.

THEOREMA V.

Si visus sit ab initio Indicis paralleli in metam profunditatis: ut erit segmentum Transversarii ad segmentum Indicis, sic data longitudo ad profunditatem. R.c.10.c.9.

Eſt hic everſa altitudo, é 20.p.opt.E. E'concluſa altitudine, ſeu potiùs profunditate, ſubducto quod ſupereminet, relinquetur alti-



tudo profunda putei, &c. Ut, ſi ſit ſegmentum Transverſarii 5.part. ſegmentum Indicis 13. nota longitudo putei 10. ped. quæ ſuperné ſumatur pro æquali ejus quæ in fundo. Quæſitum erit per Auream regulam 26.ped. Unde ſi tollatur ſegmentum Indicis ſupra oram putei, relinquetur vera altitudo.

PROPOSITIO VI.

Ignotam altitudinem per datam longitudinem invenire, Indice recto, & parallelo Transverſario in metam altitudinis.

THEOREMA VI.

Si viſiu ſit ab initio Indicis recti in terminũ altitudinis: ut erit ſegmentum

tum Indicis ad segmentum Transversarii, sic data longitudo ad altitudinem. R.11.e.9.

Ut, si Indicis segmentum est 60.part. Transversarii quoq; 60.longitudo data 250.ped. Per Auream regulam altitudo erit 250.ped. Ut hic vides. sicut *ae* ad *ei*, sic *ao* ad *ou*, per 6.p.6.E. Sed inuen-



tæ altitudini Mensuris altitudo addita, si sit 4.ped. totã altitudinem faciet 254.ped. Atque hic modus á superiore differt solo Radii situ.

PROPOSITIO VII.

Ignotam altitudinem, e nota saltem ejus altitudinis parte (unde reliquum cognoscere licet) invenire.

THEOREMA VII.

Si visus sit ab initio Indicis, per pinnas seu dioptras Transversarii & Cursoris, in terminos notæ partis: ut erit intervallum pinnarum ad reliquum supereminentis Transversarii, sic nota desuper altitudinis pars ad reliquam. R.c.11.e.9.

Demonstratio sic est. Ut *oy* ad *ya*, sic *es* ad *sa*, per 6.p.6.E. &



26.p.5.c.supr. Item,ut *uy* ad *ya*, sic *is* ad *sa*, per eandem. Ut igitur *ou* reliquum Transversarii proportionale ad *oy*, sic *ei* proportionale notum ad *es*, per 6.& 7.ax. Sit igitur *ou* intervallum pinnarum 20. part. *uy* reliquum superemineatis Transversarii 30. part. nota pars in ædificio altitudinis *ei* pedum 15. Concludetur pro reliquo *is*, 22½.

PROPOSITIO VIII.

E statione duplici, Altitudinis alicujus quantitatem investigare.

THEOREMA VIII.

Si visus sit ab initio Indicis recti in terminum altitudinis: ut erit in Indice differentia segmenti ad differentiam distantiæ (primæ videl. ac secundæ stationis) sic segmentum Transversarii ad altitudinem. R.12.e.9.

Repetenda hic sunt ea, quæ supra de mensura longitudinis per duplicem stationem dicta fuere: eodem namque principio & figurâ explicantur. Ut igitur *ly* differentia Indicis ad distantiam 30.ped. sic *sr* sive *ou* (sunt enim æqualia) ad *es* quæsitam altitudinem. Differentia Indicis sit 23.part. Altitudo quæsita erit 57$\frac{9}{23}$ ped.

Atque



Atq; ita é geodæsia altitudinis patet quoq; differentia duarum altitudinum.



Ut in ista figura patet. Nam si utriusque altitudinis quantitate, per aliquem præcedentium modorum, inventâ, minorem a majore subtraxeris, differentiam residuum dabit.

Hinc etiam inæqualium turrium, &c. altitudines, altera alteram metiri potest: vel minor majorem, vel major minorem.

Minor sic:

Ex minore assumito longitudinem sive distantiam turrium inter se, per 1. theor. (altitudo namque minoris, in qua es, cognosci potest perpendiculo, aut alio aliquo modo superiorum Geodæsiæ altitudinis) tùm altitudinem quæ supra minorem est, per Theor. 6. metire, addeque minori: & habebis totius altitudinem. Ut enim *ae* ad *ei*, sic *ao* (cognita longitudo seu distantia) ad *ou* altitudinem supra turrim minorem.

Major ita:

Si visus primùm à vertice majoris turris, deinde ab ejusdem basi, (vel medio loco per pinnam Transversarii) sit in verticem minoris altitudinis: erit, ut sunt dictæ partes Indicum simul sumtæ, ad partes primi Indicis ut in prima statione erat; sic altitudo intra stationes descensionis ad suum excessum supra quæsitam altitudinem. R. 13. e. 9.

Sunto namque partes Indicum in vertice & basi, 12. & 6. summáque 18. partium ad 12. primi Indicis partes, prout in primo loco erat: ita & altitudo 190. ped. turris totius *uy*, ad excessum $12\frac{2}{3}$ ped. Reliquum igitur $63\frac{1}{3}$ erit altitudo quæsita.

Ita quoque licet é vertice turris, &c. metiri distantiam turrium inter se.

Primus est modus metiendæ longitudinis idem cum hoc, nec quidquam differt; nisi quód Radius extra datam altitudinem suspenditur in *o u*.

III. EA-



III. LATITUDINIS SIVE TRANSversæ lineæ rectæ Geodæsia.

Latitudinis geodæsia uniusmodi est, é duplici semper statione: sequente Theoremate.

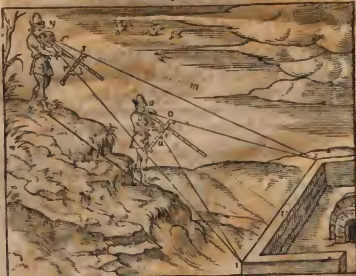
THEOREMA IX.

Si visus sit ab initio Indicis recti, per pinnas Transversarii, in terminos latitudinis: ut erit in Indice differentia segmentorum (per duplicem distantiam facta) ad differentiam ipsam stationum seu distantiarum, sic intervallum primarum Transversarii ad latitudinem quæsitam.

Situs mensurādæ lineæ rectę postremus est Latitudinis sive transversæ lineæ rectæ. Ut, si prima collimatio sit *a e i*, per dioptras Transversarii & Cursoris *o* & *u*. Secunda sit *y e i*, per pinnas Transversarii *s r*. Ut igitur *y l* differentia segmenti Indicis per primam & secundam stationem facta, ad *o u* sive *s r* (segmenta Transversarii æqualia) sic distantia itineris confecti ad latitudinem quæsitam *e i*.

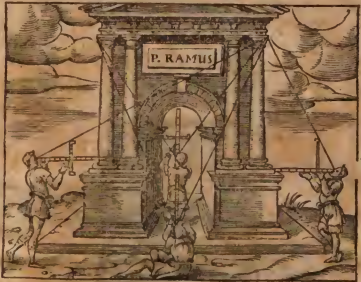


Sit, exempli gratiâ, segmentum Indicis in prima statione part. 52. in secunda 82. differentia erit 30. par. intervallum primarum ex utra-



que par-

que parte 50. part iter retrocedendo confectum, 35. ped. Erit igitur latitudo quæsita per Auream regulam $58\frac{1}{3}$ ped.



Demonst. procedit ducendo parallelam ipsi *a o e* per punctum *s*, per 31. p. 1. E. sic namque fient duo triangula æquiangula & æquilatera in segmentis Radii, per 4. & 26. p. 1. E. & 19. p. 5. c. supr. Proinde per 6. p. 6. E. & 26. p. 5. c. supr. proportionalia cruribus angulorum æqualitate correspondentibus, *m y i* & *e a i*.

Atq; ista breviter de Geodæsia Linearum rectarum, tanquam fundamento geodatico cujuslibet quantitatis symmetra, planæ & solidæ, per Radium Geometricum.

FINIS.

